

UDC 004.89: 004.852: 004.032.26: 519.682: 532.5.013.12: 551.49: 627.152

Yaroslav Khodnevykh¹, PhD (Engineering), Senior Researcher

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5510-1154> **e-mail:** ya.v.khodnevych@gmail.com

Vasyl Korbutiak², PhD (Engineering), Associated Prof. of Department

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-8273-2306> **e-mail:** v.m.korbutiak@nuwm.edu.ua

¹ Institute of Telecommunications and Global Information Space of NASU, Kyiv, Ukraine

² National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine

PREDICTION OF HYDRAULIC RESISTANCE COEFFICIENT USING AN ENSEMBLE NEURAL NETWORK ALGORITHM

Abstract. *This study presents the development and testing of a computational algorithm based on ensemble learning of artificial neural networks for predicting the empirical hydraulic resistance coefficient known as the Chézy roughness coefficient in open channels. The input data for the model include hydrological and hydro-morphological characteristics of the channel: average flow width and depth, hydraulic radius, discharge or flow velocity, water surface slope, bed roughness, and other parameters influencing flow resistance. The target variable is the Chézy coefficient, which must be determined with high accuracy. Ensemble learning methods are based on the principle of combining the predictions of several individual models to obtain a more reliable and accurate result.*

This study introduces an ensemble approach using artificial neural networks for estimating the Chézy roughness coefficient. It expands upon previous research focused on empirical estimation of the Chézy coefficient through neural networks, which involved the review of existing computational methods, refinement of input parameters, and the design of a base model with enhanced architectural complexity. The ensemble was implemented, trained, and evaluated using Python programming tools.

A general ensemble model consisting of three homogeneous fully connected neural networks is proposed. An algorithm for distributing data among ensemble models is proposed. Training subsets for each neural network in the ensemble are formed using the Bagging method (Bootstrap Aggregating). A training algorithm for the ensemble is developed, where each neural network is trained in parallel on its bootstrap sample using the backpropagation method. A forecasting algorithm using the trained ensemble is also proposed. Prediction of the empirical Chezy coefficient for new, unseen data is performed by aggregating forecasts from all neural networks, incorporating an inverse problem approach. The implementation of training and prediction algorithms is presented in Python.

For testing the proposed computational algorithm, field hydrological and hydro-morphological data from specific sections of the mountain rivers Tysa, Teresva, Latorytsia, Opir, Rika, and Chornyi Cheremosh were used. The testing procedure involved comparing observed and predicted flow discharges. Performance metrics such as absolute error and Nash–Sutcliffe efficiency coefficient were used to assess model effectiveness. The proposed ensemble model demonstrated higher accuracy and greater prediction stability compared to individual neural networks, confirming a typical advantage of the Bagging method.

Keywords: *ensemble learning, artificial neural networks, bagging method, prediction, the Chézy roughness coefficient, Python.*

Я. Ходневич¹, В. Корбутяк²

¹Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, м. Київ, Україна

²Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна

ПРОГНОЗУВАННЯ КОЕФІЦІЄНТА ГІДРАВЛІЧНОГО ОПОРУ ЗА ДОПОМОГОЮ АЛГОРИТМУ АНСАМБЛЕВОЇ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ

Анотація. У цьому дослідженні представлено розробку та тестування обчислювального алгоритму, заснованого на ансамблевому навчанні штучних нейронних мереж, для прогнозування емпіричного коефіцієнта гідравлічного опору у відкритих руслах річок, відомого як коефіцієнт шорсткості Шезі. Вхідними даними для моделі є гідрологічні та гідроморфологічні характеристики русла: середня ширина та глибина потоку, гідравлічний радіус, витрата води або швидкість потоку, ухил поверхні води, шорсткість дна та інші параметри, що впливають на опір потоку. Цільовою змінною є коефіцієнт Шезі, який потрібно визначити з високою точністю. Ансамблеві методи навчання ґрунтуються на принципі об'єднання прогнозів декількох індивідуальних моделей для отримання більш надійного і точного результату обчислень.

Це дослідження пропонує ансамблевий підхід та розширює попередні дослідження, зосереджені на емпіричній оцінці коефіцієнта Шезі за допомогою нейронних мереж, які включали огляд існуючих обчислювальних методів, уточнення необхідних наборів даних, розробку базової моделі з врахуванням ускладнення архітектури нейронної мережі. Для побудови, навчання і тестування ансамблю нейронних мереж використані інструменти програмування Python.

Запропоновано загальну модель ансамблю, що складається з трьох однорідних повно-зв'язних нейронних мереж. Запропоновано алгоритм розподілу даних між моделями ансамблю. Формування навчальних вибірок для кожної нейронної мережі ансамблю здійснюється на основі методу беггінгу (Bagging). Запропоновано алгоритм навчання ансамблю нейронних мереж. Кожна нейронна мережа в ансамблі навчається паралельно на своїй bootstrap-вибірці за допомогою методу зворотного поширення похибки. Запропоновано алгоритм прогнозування за допомогою навченого ансамблю моделей. Прогнозування емпіричного коефіцієнта Шезі для нових, невідомих даних здійснюється шляхом агрегування прогнозів від усіх моделей нейронних мереж на основі вирішення зворотної задачі. Представлено реалізацію алгоритмів навчання та прогнозування в Python.

Для апробації запропонованого обчислювального алгоритму використовуються польові гідрологічні та гідроморфологічні дані, що стосуються окремих ділянок гірських річок Тиса, Тересва, Латориця, Опір, Ріка, Чорний Черемош. Процедура тестування ансамблю нейронних мереж полягала у порівнянні спостережуваних і прогнозованих витрат води. Для кількісної оцінки ефективності моделі використані такі метрики, як абсолютна похибка та коефіцієнт Неша-Саткліффа. Показано, що запропонована ансамблева модель демонструє кращу точність та стабільність прогнозів порівняно з індивідуальними нейронними мережами, що є типовою перевагою методу беггінгу (Bagging).

Ключові слова: ансамблеве навчання, штучні нейронні мережі, метод беггінг, прогнозування, коефіцієнт шорсткості Шезі, Python.

<https://doi.org/10.32347/2411-4049.2025.3.154-173>

1. Вступ

Розглядається задача застосування ансамблевого навчання штучних нейронних мереж (ШНМ) для прогнозування емпіричного коефіцієнта гідравлічного опору для відкритих русел, а саме коефіцієнта Шезі, який вважається універсальним емпіричним параметром в річковій гідравліці [1].

Ідентифікація коефіцієнтів гідравлічного опору, таких як коефіцієнт шорсткості Шезі та коефіцієнт шорсткості Гоклера-Меннінга, є надзвичайно важливим завданням для математичного моделювання рівномірного та нерівномірного потоку води у відкритих руслах річок та каналів, зокрема, моделювання руслових процесів, моделювання рівнів води в річках, обчислення швидкості водного потоку та його пропускної здатності тощо. Проте коефіцієнт Шезі дозволяє контролювати більшість факторів і параметрів, що визначають гідравлічний опір. Тому цей коефіцієнт відіграє ключову роль у гідравлічних розрахунках, дозволяючи точно моделювати рух води в річках, каналах та інших відкритих водотоках на основі одно- та двовимірної математичних моделей гідродинаміки [1-4]. Адекватне прогнозування коефіцієнта Шезі є критично важливим для багатьох інженерних та екологічних завдань в галузі водного господарства, включаючи моделювання паводкових потоків, оцінку ризиків повеней, прогнозування прориву дамб [5-8], прогнозування загальної та локальної ерозії русла річки, транспортування та осадження наносів [9-13], моделювання транспорту забруднюючих речовин [14], гідравлічне моделювання для проектування інфраструктури в межах річкового середовища [13], аналіз якості води, управління річковими екосистемами та роботи з відновлення річок [15-17] тощо. Неточність у визначенні цього коефіцієнта гідравлічного опору може призвести до значних похибок у гідравлічних моделях, що, своєю чергою, може мати серйозні наслідки і загрози для безпеки та ефективності інфраструктури і водних систем [5, 13].

Прогнозування складних нелінійних процесів, якими є гідродинамічні явища, спонукає до застосування сучасних методів машинного навчання. Ансамблеві методи вважаються потужним інструментом у машинному навчанні, оскільки дозволяють знизити дисперсію та зміщення прогнозів, що часто призводить до вищої узагальнюючої здатності порівняно з окремими моделями [18-21]. Як відомо, ансамблеві методи навчання ґрунтуються на принципі об'єднання прогнозів декількох індивідуальних моделей для отримання більш надійного і точного результату обчислень. В якості моделей системи ансамблю зазвичай застосовуються дерева рішень, машини опорних векторів, нейронні мережі, регресійні моделі тощо [22-25].

Ансамблеві методи широко застосовуються в різних сферах завдяки їх високій точності, стійкості до перенавчання та здатності узагальнювати дані. Основні сфери їх застосування включають [19, 21, 26]: обробка зображень та відео, розпізнавання мови, фінансове прогнозування, медична діагностика, прогнозування в метеорології та кліматології, моделювання складних фізичних і хімічних процесів, аналіз даних і прогнозування в геоінформаційних системах, у маркетингових та електронних комерційних системах, та ін. Також ансамблеві методи набувають дедалі більшого поширення у гідротехніці та управлінні водними ресурсами, зокрема, відомі їх застосування для прогнозування стоку та рівнів води в річках, моделювання

розподілу та транспорту забруднюючих речовин у водних об'єктах, виявлення та прогнозування паводкових ризиків, заповнення прогалін у гідрологічних даних (інтерполяція або реконструкція відсутніх вимірювань витрати або рівня води) [27-29].

Огляд методів ансамблевого навчання викладено в [18-23, 25]. Зокрема, в таких роботах розглядаються наступні важливі питання: загальна структура ансамблю моделей, стратегії побудови ансамблю моделей, стратегії розподілу даних між моделями ансамблю, методи ансамблевого навчання, а також методи агрегування (злиття) прогнозів моделей ансамблю.

Пропонується для підтримки математичного моделювання річкових потоків застосувати ансамбль штучних нейронних мереж для обчислення коефіцієнта шорсткості Шезі. Такий підхід є продовженням наших досліджень, які представлені в публікаціях [30-33] та включали в себе огляд методів обчислення коефіцієнта Шезі, уточнення необхідних наборів даних, розробку базової моделі з врахуванням ускладнення архітектури нейронної мережі. У нашому випадку для вирішення задачі прогнозування емпіричного коефіцієнта гідравлічного опору Шезі для відкритих руслових потоків застосовується модель повно-зв'язної нейронної мережі з сигмоподібною функцією активації, яка успішно апробована в роботах [31-33]. Пропонується побудувати однорідний ансамбль з трьох таких моделей нейронних мереж. Навчання цих моделей здійснюється паралельно за допомогою методу зворотного поширення похибки на основі методу беггінгу (Bagging або Bootstrap Aggregating) [19, 24]. Навчальні вибірки формуються на основі польових гідрологічних та гідроморфологічних даних про особливості поведінки гідравлічного опору на ділянках передгірських річок. Ці дані включають: висоту та ширину потоку, середню швидкість потоку, гідравлічний ухил русла, розмір частинок донного матеріалу та інші відповідні гідравлічні та морфометричні характеристики. На основі навченого ансамблю нейронних мереж наближена оцінка досліджуваного емпіричного коефіцієнта Шезі виконується за допомогою злиття (агрегування) прогнозів трьох моделей із застосуванням модифікованого методу голосування на основі вирішення зворотної задачі. Цей підхід дозволяє отримати більш стабільний та точний прогноз, уникаючи індивідуальні похибки окремих моделей.

2. Постановка задачі

Основною задачею є розробка та тестування обчислювального алгоритму, заснованого на ансамблевому навчанні штучних нейронних мереж, для прогнозування емпіричного коефіцієнта гідравлічного опору у відкритих руслах річок, відомого як коефіцієнт шорсткості Шезі C . Вхідними даними для моделі є гідрологічні та гідроморфологічні характеристики русла: середні ширина та глибина потоку, гідравлічний радіус, витрата води або швидкість потоку, ухил поверхні води, шорсткість дна та інші параметри, що впливають на опір потоку. Цільовою змінною є коефіцієнт Шезі C , який потрібно визначити з високою точністю.

Математично задачу можна сформулювати як пошук функції $f: X \rightarrow Y$, де X – простір вхідних гідрологічних та гідроморфологічних параметрів, а Y – значення коефіцієнта Шезі C . Ця функція буде апроксимуватися ансамблевою моделлю нейронних мереж.

В рамках ансамблевої системи наближене значення коефіцієнта шорсткості Шезі $\tilde{C}$ ($\text{м}^{1/2}/\text{с}$) пропонується визначати згідно з наступною обчислювальною моделлю:

$$\tilde{C}(X) = C_A(X) \pm \varphi(X), \quad (1)$$

де C_A – значення коефіцієнта Шезі в першому наближенні, що обчислюється за допомогою основної ШНМ (ANN-A), яка навчається за допомогою прикладів $(x_1, x_2, V, C_o)_i$, $X = (x_1, x_2, V)$ – вектор вхідних гідрологічних і гідроморфологічних характеристик для ШНМ, $x_1 \in \{n, \Delta, S_f, B\}$, $x_2 \in \{h, R\}$, n – коефіцієнт шорсткості Гоклера-Меннінга ($\text{с}/\text{м}^{1/3}$), Δ – висота виступів шорсткості русла (м), S_f – ухил поверхні води, B – середня ширина потоку (м), h – середня глибина потоку (м), R – гідравлічний радіус (м), V – середня швидкість водного потоку (м/с), φ – величина уточнення, яка встановлюється за допомогою додаткових ШНМ (ANN-B1 та ANN-B2, які будуються на основі базової моделі мережі), що попередньо навчаються на окремих групах прикладів пар входів $(x_1, x_2, V)_i$ та еталонних виходів φ_i нейронної мережі, де

$$\varphi_i = (C_{oi} - \bar{C})\gamma, \quad (2)$$

$$\gamma = 1, C_{oi} > \bar{C}, \quad (3)$$

$$\gamma = -1, C_{oi} < \bar{C}, \quad (4)$$

$$C_{oi} \in [C_{max}, C_{min}], \\ \bar{C} = \sum_i C_{oi} / m, i = \overline{1, m},$$

C_{oi} – еталонне значення коефіцієнта Шезі у діапазоні його максимального C_{max} та мінімального C_{min} значень в рамках досліджуваної предметної області, $\bar{C}$ – середнє значення всіх C_{oi} з пакету навчальних прикладів основної ШНМ, m – кількість прикладів в основній навчальній вибірці, γ – допоміжний коефіцієнт, який визначається згідно з умовами (3), (4).

Пропонується застосовувати для обчислення коефіцієнта шорсткості Шезі ансамбль штучних нейронних мереж з врахуванням наступних ідей, припущень і обмежень:

1. Нехай в рамках досліджуваної предметної області наближені значення коефіцієнта Шезі обчислюються згідно з (1), тобто як сума або різниця величини C_A , яка визначена за допомогою базової ШНМ, та величини його уточнення φ , що визначена за допомогою допоміжних ШНМ.

2. Об'єднуємо три моделі повністю зв'язаної ШНМ прямого поширення з одним прихованим шаром і сигмоподібною логістичною функцією активації. Значення коефіцієнта Шезі в першому наближенні C_A обчислюється за допомогою базової моделі ШНМ (модель ANN-A), яка була апробована в попередніх дослідженнях [31, 32]. Дві додаткові ШНМ (моделі ANN-B1 та ANN-B2), що будуються на основі базової моделі мережі, застосовуються для обчислення величини φ для уточнення коефіцієнта C_A . Додаткові нейронні мережі навчаються на окремих підвибірках навчальних прикладів, які формуються експертом із загальної навчальної вибірки.

3. Остаточний результат прогнозування ансамблю встановлюється за підсумками агрегування прогнозів C_A , $\tilde{C}_{B1}$, $\tilde{C}_{B2}$ трьох нейронних мереж. Для цього аналізується множина прогнозів на основі модифікованого методу

голосування із вирішенням зворотної задачі, щоб встановити єдиний результат, який найкраще відповідає вхідним умовам задачі (1).

3. Методи, матеріали та обчислювальні алгоритми

У цьому дослідженні використовуються матеріали та розвиваються результати вирішення задачі обчислення емпіричного коефіцієнта шорсткості Шезі за допомогою штучних нейронних мереж для підтримки математичного моделювання річкових потоків, представлені в [30-33].

Для побудови, навчання і тестування ансамблю ШНМ використано інструменти програмування Python [34-39]. Загалом для вирішення поставленої задачі були використані наукові методи теоретичного та емпіричного вивчення проблеми, діалектичного пізнання, методи експертної оцінки та порівняння, евристичні методи, методи формалізації та моделювання в рамках цілісного підходу [40], методи гідравліки відкритих каналів [1-3], дані про основні гідравлічні характеристики річок Українських Карпат [41], методи інтелектуального аналізу даних та методи прийняття рішень в умовах невизначеності [20, 42-45], методи розробки штучних нейронних мереж [34, 36, 38, 46, 47], методи ансамблевого навчання [18-25], методи розробки програмного забезпечення за допомогою мови Python для підтримки навчання нейронних мереж [34-39].

3.1. Структура ансамблю нейронних мереж

Пропонується система ансамблю, яка складається з трьох однорідних повнозв'язних нейронних мереж (ПНМ) – ANN-A, ANN-B1 та ANN-B2 (рис. 1). Кожна ПНМ має вхідний шар, один прихований шар та вихідний шар. Кількість нейронів у вхідному шарі відповідає кількості вхідних гідрологічних та гідроморфологічних параметрів. Кількість нейронів у вихідному шарі дорівнює одному, оскільки обчислюється єдине значення: у випадку основної моделі ANN-A – значення коефіцієнта Шезі в першому наближенні C_A , у випадку допоміжних моделей ANN-B1 та ANN-B2 – відповідно значення величини $\varphi_{B1} = +\varphi$ та $\varphi_{B2} = -\varphi$, які використовуються для уточнення C_A згідно з (1). В якості функції активації в прихованих шарах використовується сигмоїдна функція, яка дозволяє моделювати нелінійні залежності [46, 47].

Базова модель ПНМ для прогнозування коефіцієнта Шезі описана і апробована в [31-33]:

$$C = f(x_1, x_2, V), x_1 \in \{n, \Delta, S_f, B\}, x_2 \in \{h, R\}. \quad (5)$$

Пропонується для допоміжних мереж ANN-B1 та ANN-B2 використати таку ж архітектуру, як і для ANN-A – згідно з моделлю (5), але при цьому у нейроні вихідного шару встановлюється параметр φ , еталонні значення якого для навчальних прикладів визначаються згідно з (2)-(4). Таким чином, допоміжну нейронну мережу можна описати у вигляді обчислювальної моделі (2), (6):

$$\varphi = f(x_1, x_2, V), x_1 \in \{n, \Delta, S_f, B\}, x_2 \in \{h, R\}. \quad (6)$$

Нейронна мережа ANN-B1 будується на основі обчислювальної моделі (2), (3), (6), а мережа ANN-B2 – на основі (2), (4), (6). Ці нейронні мережі в нашому випадку навчаються на відповідних наборах прикладів $(x_1, x_2, V, \varphi)^{B1}$ та $(x_1, x_2, V, \varphi)^{B2}$, які у свою чергу формуються експертом на основі навчальних вибірок (x_1, x_2, V, C_o) .

В нашому випадку загальна модель однорідного ансамблю може бути представлена, як на рис. 1. Ансамбль складається з набору нейронних мереж ANN-A, ANN-B1, ANN-B2, які пройшли навчання на вхідних даних. Такі учасники ансамблю створюють прогнози $C_A, \varphi_{B1}, \varphi_{B2}$, які об'єднуються з врахуванням (1). Прогнози $C_A, \tilde{C}_{B1}, \tilde{C}_{B2}$ аналізуються для отримання сукупного прогнозу (агрегування). Таким чином, загальна основа запропонованої ансамблевої системи полягає у використанні функції агрегування $\tilde{C}$ для об'єднання прогнозів $C_A, \tilde{C}_{B1} = \tilde{C}(C_A, \varphi_{B1}), \tilde{C}_{B2} = \tilde{C}(C_A, \varphi_{B2})$, щоб передбачити єдиний результат, який найкраще відповідає вхідним умовам задачі (1).

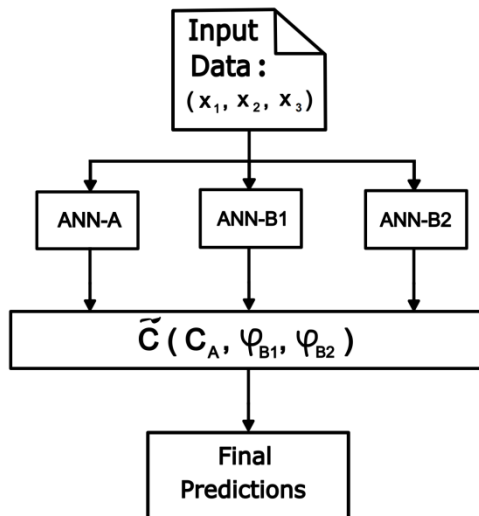


Рис. 1. Загальна структура однорідного ансамблю нейронних мереж

3.2. Алгоритм розподілу даних між моделями ансамблю

Вхідні та вихідні набори даних, включаючи навчальні та тестові приклади для базової моделі нейронної мережі (НМ), побудовані відповідно до принципів безперервності, однорідності, ненадлишковості та нормалізації. Ці набори даних отримані з польових спостережень за гідрологічними та гідроморфологічними параметрами річкових ділянок: витрата води Q (м³/с), середня швидкість водного потоку V (м/с), коефіцієнт опору Гоклера-Меннінга n , ухил поверхні води S_f , середня ширина B (м) та глибина потоку h (м), висота виступів шорсткості Δ (середній діаметр часток ложа русла або середній діаметр відмостки русла (м)) та гідравлічний радіус R (м). Польові дані перетворюються таким чином, щоб отримати їх модельні значення в діапазоні від 0 до 1. Зокрема, з метою нормалізації, параметр B був замінений

на коефіцієнт $S_f B h^{-1}$. Замість параметрів V , h , C , розглядалися характеристики моделі $V \times 10^{-2}$, $h \times 10^{-2}$, $C \times 10^{-2}$. Значення параметрів φ , S_f та n залишилися незмінними. Процедура формування, уточнення та нормалізації таких наборів даних у межах досліджуваної області описана в [31, 32]. Такі ж принципи застосовуються до підготовки вхідних даних для всіх моделей ансамблю.

Формування навчальних вибірок для кожної НМ ансамблю здійснюється на основі методу беггінгу (від Bootstrap Aggregating, Bagging) [19, 24]. Суть методу полягає у навчанні кількох моделей одного типу (наприклад, нейронні мережі, дерева рішень та ін.) на окремих підвибірках навчальних даних та об'єднанні їх прогнозів. Це дозволяє створювати унікальні навчальні набори для кожної моделі ансамблю, що сприяє підвищенню його узагальнюючої здатності та зниженню дисперсії. Також застосовується стратегія незалежних наборів даних, яка передбачає формування і застосування підмножин даних, які не залежать одна від одної [21, 22].

Алгоритм розподілу даних полягає у наступному (рис. 2):

1. Вхід: набір навчальних прикладів $D_o = (x_1, x_2, V, C_o)_i$ розміром m , в яких значення вхідних параметрів $(x_1, x_2, V)_i$, де $x_1 \in \{n, \Delta, S_f, B\}$, $x_2 \in \{h, R\}$, ставляться у відповідність еталонним значенням коефіцієнта Шезі $C_o \in [C_{max}, C_{min}]$; референтні значення C_{oi} визначаються відповідно до даних гідрологічних спостережень на основі формули Шезі [1-3, 31]:

$$C_{oi} = \left(\frac{Q_o}{A \sqrt{RS_f}} \right)_i, i = \overline{1, m}, \quad (7)$$

де Q_o – спостережувана витрата водного потоку ($\text{м}^3/\text{с}$), m – кількість прикладів в основній навчальній вибірці.

2. Основна НМ ANN-A навчається за допомогою вибірки прикладів D_o .

3. Допоміжні НМ ANN-B1 та ANN-B2 навчаються за допомогою відповідних незалежних підмножин навчальних прикладів $D_1 = (x_1, x_2, V, \varphi)_i^{B1}$ та $D_2 = (x_1, x_2, V, \varphi)_i^{B2}$, які створюються експертом за допомогою таких правил:

3.1. $(x_1, x_2, V, \varphi)_i^{B1}$ формуються на основі підвибірки $(x_1, x_2, V, C_o)_i$, $C_{oi} \in [C_{max}, C_\alpha]$, $C_\alpha > \bar{C}$, де еталонні значення φ_i обчислюються згідно з (2), (3), $i = \overline{1, m_1} < m$.

3.2. $(x_1, x_2, V, \varphi)_i^{B2}$ формуються на основі підвибірки $(x_1, x_2, V, C_o)_i$, $C_{oi} \in [C_\beta, C_{min}]$, $C_\beta < \bar{C}$, де еталонні значення φ_i обчислюються згідно з (2), (4), $i = \overline{1, m_2} < m$.

3.3. C_α , C_β – встановлюються експертом за результатами аналізу кожної навчальної вибірки $(x_1, x_2, V, C_o)_i$ шляхом пошуку випадків, коли $C_{oi} \approx \bar{C}$, $C_\beta < \bar{C} < C_\alpha$, $C_o \in (C_\alpha, C_\beta)$.

4. Решта даних, що не потрапили до D_1 та D_2 (так звані Out-of-Bag (OOB) приклади), $(x_1, x_2, V, C_o)_i$, $C_i \in (C_\alpha, C_\beta)$, $C_i \approx \bar{C}$, $C_\beta < \bar{C} < C_\alpha$, не беруть участі в навчанні допоміжних НМ, оскільки вважаємо (припускаємо), що для цієї групи даних обчислене значення C_A за допомогою основної НМ уточнення не потребує.

Зразки сформовані згідно з цим алгоритмом навчальних наборів даних для запропонованого ансамблю нейронних мереж представлено в репозиторії Github [48].

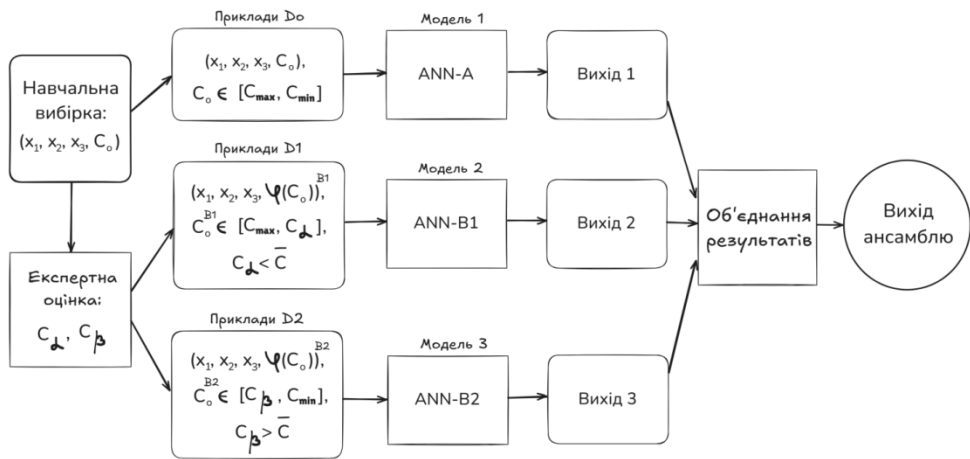


Рис. 2. Паралельне ансамблеве навчання з використанням незалежних наборів даних, $x_1 \in \{n, \Delta, S_f, B\}$, $x_2 \in \{h, R\}$, $x_3 = V$

3.3. Алгоритм навчання ансамблю нейронних мереж

Кожна нейронна мережа в ансамблі навчається паралельно на своїй bootstrap-вибірці (як це показано на рис. 2) за допомогою методу зворотного поширення похибки (backpropagation) [19, 47]. Реалізація алгоритму навчання на Python представлена в табл. 1, 2 та у модулі *C_EANN_training.py* в репозиторії Github [48].

Алгоритм навчання:

1. Паралельне формування нейронних мереж ANN_A, ANN_B1, ANN_B2 шляхом виконання для кожної з них наступних кроків (табл. 1):

1.1. Відкриття файлу вхідних даних.

1.2. Ініціалізація параметрів архітектури та параметрів методу навчання (функція активації, епохи та швидкість навчання). Коефіцієнт швидкості навчання = 0,002. Логістична функція активації (сигмоїд) для нейронів прихованих шарів.

1.3. Випадковим чином здійснюється ініціалізація матриць вагових коефіцієнтів.

1.4. Завантаження відповідних початкових наборів даних.

2. Паралельне навчання ANN_A, ANN_B1, ANN_B2. Для кожної нейронної мережі ANN_i ($i = 0, 1, 2$) в ансамблі виконуються (табл. 2):

2.1. Вхід: навчальні приклади $D_i = (x_1, x_2, x_3, y_i)$, де x_j – вхідні характеристики, y_i – цільове значення.

2.2. Ітерації навчання (епохи):

2.2.1. Пряме поширення:

для кожного прикладу (x_1, x_2, x_3, y_i) з D_i обчислюється вихід нейронної мережі $\hat{y}_i$.

2.2.2. Обчислення похибки: $E_i = y_i - \hat{y}_i$ (функція втрат).

2.2.3. Зворотне поширення: похибка поширюється назад по мережі, обчислюються градієнти функції втрат по відношенню до вагових коефіцієнтів.

2.2.4. Оновлення вагових коефіцієнтів: вагові коефіцієнти оновлюються за правилом градієнтного спуску, використовуючи обчислені градієнти та швидкість навчання.

2.3. Умова зупинки: навчання продовжується до досягнення заданої кількості епох.

3. Результати навчання ансамблю формуються у вигляді наборів окремих файлів даних із значеннями налаштованих (натренованих) матриць вагових коефіцієнтів для кожної з НМ ANN-A, ANN-B1, ANN-B2 (табл. 2).

Отримані результати навчання ансамблю нейронних мереж використовуються для обчислення (прогнозування) значень коефіцієнта Шезі на довільних вхідних даних в рамках предметної області.

Таблиця 1. Реалізація алгоритму навчання ансамблю нейронних мереж в Python. Блок ініціалізації параметрів

№	Програмний код	№	Програмний код
1	import openpyxl	30	sheet_data =
2	import numpy as np		Training_Data.worksheets[page_number]
3	from os.path import join, abspath	31	
4		32	# кількість навчальних прикладів
5	# функція активації	33	max_row_data = sheet_data['A3'].value
6	def logistic(x):	34	
7	return 1.0 / (1 + np.exp(-x))	35	# параметри мережі
8	def logistic_deriv(x):	36	input_size = sheet_data['A5'].value
9	return logistic(x) * (1 - logistic(x))	37	hidden_size = sheet_data['A7'].value
10		38	output_size = sheet_data['A9'].value
11	# параметри навчання мережі	39	
12	epoch_count = 200 # епохи навчання	40	# матриці вагових коефіцієнтів W_1 і W_2
13	alpha = 0.002 # швидкість навчання	41	# задаються випадковими значеннями
14		42	
15	# реалізація навчання ШНМi	43	np.random.seed(1)
16	# з ідентифікатором ANN_ID	44	W_1 = 0.02 * np.random.random((input_size,
17	def training ANN(ANN_ID,		hidden_size)) - 0.01
18	epoch_count, alpha):	45	W_2 = 0.6 * np.random.random((hidden_size,
19			output_size)) - 0.3
20	# зчитування параметрів мережі та	46	
21	# навчальних прикладів	47	# ініціалізація матриць входів і виходів НМ
22	# з файлу даних Excel	48	len_ryadok = input_size
23	page_number = 0	49	# вхід
24	if ANN_ID == "A": page_number = 0	50	characteristics_riverbed = np.zeros(
25	if ANN_ID == "B1": page_number = 2	51	shape=(max_row_data, len_ryadok))
26	if ANN_ID == "B2": page_number = 4	52	# вихід
27		53	coef_C = np.zeros(shape=(max_row_data))
28	data_path = join('.', 'Data',	54	for i in range(max_row_data):
29	"Training_Data.xlsx")	55	coef_C[i] = sheet_data[i + 2][input_size + 1].value
	data_path = abspath(data_path)	56	for j in range(len_ryadok):
	Training_Data =	57	characteristics_riverbed[i][j] = sheet_data[i +
	openpyxl.open(data_path,		2][j + 1].value
	read_only=True, data_only=True)		

Таблиця 2. Реалізація алгоритму навчання ансамблю нейронних мереж в Python. Блок паралельного навчання

№	Програмний код	№	Програмний код
58	# реалізація епох навчання	83	f = open(data_path, 'w')
59	for iteration in range(epoch_count):	84	for i in range(0, input_size - 1):
60	for i in	85	for j in range(0, hidden_size - 1):
	range(len(characteristics_riverbed)):	86	f.write(str(W_1[i][j]) + ' ')
61		87	f.write(str(W_1[i][hidden_size - 1]) + '\n')
62	# прямий хід	88	for j in range(0, hidden_size - 1):
63	layer_0 = characteristics_riverbed[i:	89	f.write(str(W_1[input_size - 1][j]) + ' ')
	+ 1]	90	f.write(str(W_1[input_size - 1][hidden_size -
64	layer_1 = logistic(np.dot(layer_0,		1]))
	W_1))	91	f.close()
65	layer_2 = np.dot(layer_1, W_2)	92	
66		93	data_path = join('.', 'Data',
67	# зворотний хід		"weights_matrix_2_" + ANN_ID + ".txt")
68	layer_2_delta = (coef_C[i:] + 1) -	94	data_path = abspath(data_path)
	layer_2)	95	f = open(data_path, 'w')
69	layer_1_delta =	96	for i in range(0, hidden_size - 1):
	layer_2_delta.dot(W_2.T) *	97	for j in range(0, 1):
	logistic_deriv(layer_1)	98	f.write(str(W_2[i][j]) + '\n')
70		99	f.write(str(W_2[hidden_size - 1][0]))
71	# оновлення вагових коефіцієнтів	100	f.close()
72	W_2 = W_2 + alpha *	101	print('Для ANN_' + ANN_ID + ' налаштовані
	layer_1.T.dot(layer_2_delta)		матриці вагових коефіцієнтів успішно
73	W_1 = W_1 + alpha *		збережено.')'
	layer_0.T.dot(layer_1_delta)	102	# кінець функції trainingnng_ANN
74		103	
75	# закриття файлу даних Excel	104	# паралельне навчання ансамблю НМ
76	Training_Data.close()	105	# навчання ANN_A
77		106	trainingnng_ANN("A", 100, alpha)
78	# запис у файл даних	107	# навчання ANN_B1
79	# результатів навчання –	108	trainingnng_ANN("B1", 600, alpha)
80	# матриці wag W_1 та W_2 для ANN_ID	109	# навчання ANN_B2
81	data_path = join('.', 'Data',	110	trainingnng_ANN("B2", 600, alpha)
82	"weights_matrix_1_" + ANN_ID + ".txt")	111	print('Завершення програми.')
	data_path = abspath(data_path)	112	input()

3.4. Алгоритм прогнозування за допомогою навченого ансамблю моделей

Після навчання кожної нейронної мережі в ансамблі, прогнозування емпіричного коефіцієнта Шезі для нових, невідомих даних здійснюється шляхом агрегування (злиття) прогнозів від усіх моделей НМ [19, 21]. Для цього пропонується використовувати модифікований метод голосування на основі вирішення зворотної задачі. Ідея такого підходу передбачає: 1) визначення прогнозів для кожного учасника ансамблю, 2) розглядається зворотна задача (8), (9) з метою встановлення (вибору, голосування) в якості остаточного результату прогнозування тільки тієї оцінки певної НМ, яка найкраще відповідає вхідним умовам ансамблю. Реалізація основних методів алгоритму прогнозування коефіцієнта Шезі за допомогою ансамблю штучних нейронних мереж на Python представлена в табл. 3, 4, 5 (ініціалізація параметрів НМ, масивів даних та збереження результатів прогнозування не наводяться) та у модулі *C_EANN_calculating.py* в репозиторії Github [48].

Алгоритм прогнозування:

1. Вхід: набір нових вхідних даних $X = (x_1, x_2, x_3)$ для прогнозування.
2. Завантаження натренованих матриць вагових коефіцієнтів для нейронних мереж ANN-A, ANN-B1, ANN-B2.
3. Для кожного прикладу (x_1, x_2, x_3) з набору даних X виконується (табл. 3):
 - 3.1. За допомогою основної НМ ANN-A обчислюється в першому наближенні значення коефіцієнта Шезі C_A згідно з обчислювальною моделлю (5).
 - 3.2. За допомогою НМ ANN-B1 обчислюється величина уточнення φ_{B1} на основі (2), (3), (6) та визначається згідно з (1), (3) наближене значення коефіцієнта Шезі $\tilde{C}_{B1}$.
 - 3.3. За допомогою НМ ANN-B2 обчислюється величина уточнення φ_{B2} на основі (2), (4), (6) та визначається згідно з (1), (4) наближене значення коефіцієнта Шезі $\tilde{C}_{B2}$.
 - 3.4. Агрегування прогнозів (табл. 4): встановлюється, яка з наближених оцінок коефіцієнта Шезі $C_A, \tilde{C}_{B1}, \tilde{C}_{B2}$ найкраще відповідає вектору вхідних даних (x_1, x_2, x_3) , де $x_1 \in \{n, \Delta, S_f, B\}$, $x_2 \in \{h, R\}$, $x_3 = V$; для кожного з індивідуальних прогнозів розглядається зворотна задача на основі умови:

$$|\tilde{V}_k - V| \rightarrow \min, k = \overline{1,3}, \quad (8)$$

де V – еталонне значення швидкості водного потоку відповідно до гідрологічних даних, що подаються на вхід ансамблю нейронних мереж, $\tilde{V}_1 = \tilde{V}(C_A)$, $\tilde{V}_2 = \tilde{V}(\tilde{C}_{B1})$, $\tilde{V}_3 = \tilde{V}(\tilde{C}_{B2})$, $\tilde{V}$ – наближене значення швидкості водного потоку, що визначається відповідно до даних гідрологічних спостережень на основі формули Шезі [1-3, 31]:

$$\tilde{V} = \tilde{C} \sqrt{R S_f}, \quad (9)$$

де $\tilde{C}$ – наближені значення коефіцієнта Шезі, які в нашому випадку є множиною індивідуальних прогнозів $C_A, \tilde{C}_{B1}, \tilde{C}_{B2}$ відповідних НМ, R – гідравлічний радіус (м), $R \cong h$ при $B \gg h$, B – середня ширина потоку (м), h – середня глибина потоку (м), S_f – ухил поверхні води.

Остаточний результат прогнозування ансамблю нейронних мереж $\tilde{C}(X)$ обирається серед індивідуальних прогнозів коефіцієнта Шезі $C_A, \tilde{C}_{B1}, \tilde{C}_{B2}$ (табл. 5), для якого виконується умова (8).

4. Збереження результатів прогнозування у окремому файлі даних.

Таблиця 3. Реалізація алгоритму прогнозування в Python. Блок методу обчислення прогнозів нейронних мереж

№	Програмний код	№	Програмний код
1	import openpyxl	32	
2	import numpy as np	33	for i in range(len(raw_matrix1)):
3	from openpyxl import Workbook	34	b = raw_matrix1[i]
4	from openpyxl.styles import Alignment,	35	a = b.split(' ')
	PatternFill, Font	36	for j in range(len(raw_matrix2)):
5	from os.path import join, abspath	37	W_1[i][j] = float(a[j])
6		38	for i in range(len(raw_matrix2)):
7	# стандартна логістична ф-ія активації	39	W_2[i] = float(raw_matrix2[i])

8	def logistic(x):	40	
9	return 1.0 / (1 + np.exp(-x))	41	# відслідковування похибки
10		42	if (len(raw_matrix1) == input_size) and
11	# * функція для обчислення прогнозів ШНМ *	43	(len(raw_matrix2) == hidden_size):
12	def calculating_ANN(ANN_ID):	44	param_matching = 0
13		45	print('Вхідні дані для ANN_' + ANN_ID +
14	# зчитування матриць вагових коефіцієнтів	46	'відповідають параметрам матриць ваг
15	data_path = join('.', 'Data',	47	'ШНМ,')
16	"weights_matrix_1_"+ANN_ID+".txt")	48	else:
17	data_path = abspath(data_path)	49	param_matching = 1
18	f = open(data_path)	50	print('Вхідні дані не відповідають
19	raw_matrix1 = f.readlines()	51	параметрам матриць ваг ШНМ.')
20	f.close()	52	
21	data_path = join('.', 'Data',	53	# обчислення виходів мережі
22	"weights_matrix_2_"+ANN_ID+".txt")	54	if param_matching == 0:
23	data_path = abspath(data_path)	55	for i in range(max_row_data):
24	f = open(data_path)	56	# прямий хід обчислень
25	raw_matrix2 = f.readlines()	57	layer_0 = characteristics_riverbed[i:i + 1]
26	f.close()	58	layer_1 = logistic(np.dot(layer_0, W_1))
27	# ініціалізація вектора виходів НМ	59	layer_2 = np.dot(layer_1, W_2)
28	output_ANN =	60	output_ANN[i] = layer_2[0][0]
29	np.zeros(shape=(max_row_data))		print('для набору вхідних параметрів
30	# ініціалізація матриць W_1 і W_2		№', i + 1, ', обчислений вихід ANN_' + ANN_ID +
31	W_1 = np.zeros(shape=(input_size,		'=' , output_ANN[i])
	hidden_size))		return output_ANN
	W_2 = np.zeros(shape=(hidden_size,		# * кінець функції calculating_ANN *
	output_size))		

Таблиця 4. Реалізація алгоритму прогнозування в Python. Блок методу агрегування прогнозів нейронних мереж

№	Програмний код	№	Програмний код
61	def aggregation_C(C, C1, C2, Q, B, H, Sf):	77	delta_V[2] = abs(V_Q - V2)
62	# аналіз прогнозів C_A, C_B1, C_B2 та	78	
63	# встановлення найкращого з них	79	# встановлення мінімального відхилення
64	# (зворотна задача (8), (9))	80	min_delta = delta_V[0]
65		81	min_ind = 0
66	delta_V = np.zeros(shape=(3))	82	for i in range(1,3):
67	# еталонна швидкість потоку V(Q)	83	if min_delta > delta_V[i]:
68	V_Q = Q / (B * H)	84	min_delta = delta_V[i]
69	# наближена швидкість V(C_A),	85	min_ind = i
70	V = C * (H * Sf) ** 0.5	86	
71	V1 = C1 * (H * Sf) ** 0.5 # шв. V(C_B1)	87	# обирається вихід нейронної мережі
72	V2 = C2 * (H * Sf) ** 0.5 # шв. V(C_B2)	88	# з мінімальним відхиленням
73		89	# від еталонного значення V(Q)
74	# обчислення відхилення від еталону	90	if min_ind == 0: return C/100 # вихід = C_A
75	delta_V[0] = abs(V_Q - V)	91	if min_ind == 1: return C1/100 # вихід = C_B1
76	delta_V[1] = abs(V_Q - V1)	92	if min_ind == 2: return C2/100 # вихід = C_B2

Таблиця 5. Реалізація алгоритму прогнозування в Python. Блок обчислення остаточного прогнозу ансамблю нейронних мереж

№	Програмний код	№	Програмний код
93	# обчислення прогнозів навчених ШНМ	104	# агрегування прогнозів НМ
94	# ANN_A, ANN_B1, ANN_B2	105	# (розглядається зворотна задача)
95	coef_C_A = calculating_ANN("A")	106	
96	coef_delta1 = calculating_ANN("B1")	107	for i in range(max_row_data):
97	coef_delta2 = calculating_ANN("B2")	108	

98		109	# встановлення остаточних значень
99	# обчислення значень коефіцієнта Шезі	110	# коефіцієнта Шезі C
100	# з врахуванням прогнозів HM	111	coef_C[i] = aggregation_C(coef_C_A[i]*100,
101	for i in range(max_row_data):		coef_C_B1[i]*100, coef_C_B2[i]*100, Q[i], B[i],
102	coef_C_B1[i] = coef_C_A[i] +		H[i], Sf[i])
	coef_delta1[i]	112	
103	coef_C_B2[i] = coef_C_A[i] -	113	print('coef_C[, i, ']', coef_C[i])
	coef_delta2[i]		

3.5. Про матеріали для апробації обчислювального алгоритму

Точність оцінювання коефіцієнта Шезі значною мірою залежить від достовірності та точності вимірювань відповідних гідроморфологічних параметрів відкритих руслових потоків [30, 31].

Для апробації запропонованого обчислювального алгоритму використовуються польові гідравлічні та морфометричні дані, що стосуються окремих ділянок гірських річок (табл. 6): Тиса (м. Рахів), Тересва (с. Усть-Чорна), Латориця (с. Підполоззя), Опір (м. Сколе), Ріка (с. Міжгір'я), Чорний Черемош (с. Верховина). Ці матеріали також використані для обчислення коефіцієнта шорсткості Шезі на основі нейронних мереж в дослідженні [32], в якому описані особливості предметної області та обмеження параметрів для вказаних ділянок річок. Дані містять вимірювання, що характеризуються різноманітними умовами гідравлічного опору. Набір даних включає:

- 1) морфометричні характеристики русла: середні ширина B та глибина h потоку (м), площа поперечного перерізу A (м²), гідравлічний радіус R (м), $R \cong h$ при $B \gg h$;
- 2) гідравлічні характеристики потоку: середня швидкість потоку $V = Q/A$ (м/с), витрата води Q (м³/с), ухил водної поверхні S_f ;
- 3) характеристики шорсткості русла: середній діаметр частинок $d = \Delta$ (м) дна і берегів, ступінь шорсткості (коефіцієнт шорсткості Гоклера-Меннінга n (с/м^{1/3}));
- 4) виміряні значення коефіцієнта Шезі C_o (м^{1/2}/с) для відповідних умов.

Таблиця 6. Гідроморфологічні дані про характеристики гірських річок, використані для навчання та тестування ансамблю ШНМ

Річка, ділянка русла	Q (м ³ /с)	A (м ²)	B (м)	h (м)	$S_f \cdot 10^3$	d (м)	n (с/м ^{1/3})	C_o (м ^{1/2} /с)
Тиса, Рахів (навчання)	197	70,38	46,85	1,5	0,0055	0,123	0,0344	28,39
	281	89,74	50,6	1,76	0,0055	0,123	0,0344	29,93
	318,33	98,59	52,26	1,88	0,0055	0,123	0,0344	30,49
Тиса, Рахів (тестування)	225	76,47	48,1	1,59	0,0055	0,123	0,0344	29,08
Латориця, Підполоззя (навчання)	135	55,01	49,66	1,10	0,008	0,142	0,0364	25,80
	156	60,10	51,33	1,16	0,008	0,142	0,0364	26,61
	248	80,26	53,73	1,48	0,008	0,142	0,0364	27,58
	319	95,33	54,46	1,74	0,008	0,142	0,0364	27,74

Проловження таблиці 6

Річка, ділянка русла	Q (м ³ /с)	A (м ²)	B (м)	h (м)	$S_f \cdot 10^3$	d (м)	n (с/м ^{1/3})	C_o (м ^{1/2} /с)
Латориця, Підполоззя (тестування)	114	49,92	48	1,04	0,008	0,142	0,0364	24,99
	177	65,19	53	1,23	0,008	0,142	0,0364	27,42
Опір, Сколе (навчання)	168,5	68,14	44,58	1,525	0,006	0,13	0,035	23,76
	218,5	80,82	47,31	1,70	0,006	0,13	0,035	25,44
	320,5	100,3	50,5	1,975	0,006	0,13	0,035	27,59
Опір, Сколе (тестування)	410	116,6	53	2,2	0,006	0,130	0,035	29,33
Ріка, Міжгір'я (навчання)	178,66	75,72	58,06	1,29	0,005	0,133	0,0366	27,29
	210,33	85,14	59,93	1,41	0,005	0,133	0,0366	28,16
	273	100,76	62	1,62	0,005	0,133	0,0366	29,83
Ріка, Міжгір'я (тестування)	242	94,55	61,8	1,53	0,005	0,133	0,0366	29,04
	304	106,98	62,2	1,72	0,005	0,133	0,0366	30,62
Чорний Черемош, Верховина (навчання)	205,5	79,32	56,25	1,41	0,0075	0,251	0,0373	26,1
	227,5	83,02	57,25	1,45	0,0075	0,251	0,0373	26,7
	288	96,47	60,25	1,59	0,0075	0,251	0,0373	27,25
Чорний Черемош, Верховина (тестування)	343	108,99	63	1,73	0,0075	0,251	0,0373	27,65

Підготовка та обробка цих даних є критично важливими для забезпечення якості навчання та валідації ансамблевої моделі (1)-(9). Формування даних входів ансамблю нейронних мереж (x_1, x_2, x_3) , навчальних і тестових прикладів (x_1, x_2, V, C_o) ($x_1 \in \{n, \Delta, S_f, B\}$, $x_2 \in \{h, R\}$, $x_3 = V$) передбачало побудову інформативних, згладжених, неперервних, нормованих масивів вхідних даних з врахуванням статистичної невизначеності (похибки, пропуски вимірів тощо). Зокрема, на етапі дослідження предметної області, збору та аналізу польових даних про характеристики ділянок річок вилучались з розгляду аномальні і неповні набори даних. Такий підхід сприяє точності прогнозування коефіцієнта Шезі, як це показано за результатами досліджень [31, 32].

4. Результати та їх аналіз

Пропонуються результати апробації розробленого обчислювального алгоритму (табл. 7) на реальних гідрологічних даних (табл. 6). Аналіз включає порівняння прогнозів ансамблевої моделі з фактичними вимірними значеннями коефіцієнта Шезі. Для кількісної оцінки ефективності моделі використані такі метрики, як абсолютна похибка (АП; відносна похибка, ВП) та коефіцієнт Неша-Саткліффа (NSE).

Процедура тестування ансамблю нейронних мереж полягала у порівнянні спостережуваних Q_o і прогнозованих Q_p витрат води. При цьому Q_p визначалась за допомогою коефіцієнта Шезі C_p , обчисленого за допомогою ансамблевої моделі (1)-(9) (табл. 7) [1-3, 32]:

$$Q_p = C_p A \sqrt{RS_f}. \quad (10)$$

Для оцінки навичок прогнозування ансамблевої моделі використовувався коефіцієнт ефективності моделі Неша-Саткліффа (NSE) [32, 49]:

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^k (Q_{oi} - Q_{pi})^2}{\sum_{i=1}^k (Q_{oi} - \bar{Q}_o)^2}, \quad (11)$$

де Q_{oi} та Q_{pi} – спостережувані та прогнозні значення витрати води на i -й ділянці русла річки, $i = 1, \dots, k$; k – кількість отриманих результатів; $\bar{Q}_o$ – середнє спостережуваних значень витрати води. Вважають, модель з більшою прогностичною здатністю має значення NSE ближче до 1.

Таблиця 7. Результати тестування обчислювального алгоритму ансамблевої нейронної мережі

Річка, ділянка русла	Коефіцієнт шорсткості Шезі C ($m^{1/2}/c$)		Витрата води (m^3/c)		АП (m^3/c)	ВП (%)
	Оцінка C_o за (7)	Прогноз C_p	Виміри, Q_o	Прогноз, Q_p		
Латориця, Підполоззя	25,04	25,5430	114	116,31	2,3	2,0
Латориця, Підполоззя	27,37	27,5534	177	178,18	1,2	0,7
Тиса, Рахів	31,46	29,5386	225	211,26	13,7	6,1
Ріка, Міжгір'я	29,26	29,5387	242	244,29	2,3	0,9
Ріка, Міжгір'я	30,64	29,5389	304	293,06	10,9	3,6
Чорний Черемош, Верховина	27,63	27,5535	343	342,07	0,9	0,3
Опір, Сколе	30,61	29,5392	410	395,72	14,3	3,5

Запропонована ансамблева модель демонструє кращу точність та стабільність прогнозів порівняно з індивідуальними нейронними мережами, що є типовою перевагою методу Bagging. Зокрема, у попередньому дослідженні [32] за результатами застосування індивідуальної нейронної мережі для обчислення коефіцієнта Шезі на основі польових даних про характеристики гірських річок показано, що $NSE = 0,939$, відносні похибки прогнозованих значень витрати води Q_p коливались в межах $0,3\% \div 12,4\%$. В цьому дослідженні для ансамблю нейронних мереж отримано $NSE = 0,991$, відносні похибки обчислених прогнозів знаходяться в межах $0,3\% \div 6,1\%$.

На нашу думку, отримано досить хороші результати застосування ансамблю нейронних мереж для прогнозування коефіцієнта шорсткості Шезі, що спонукають до подальших досліджень. Зокрема, планується провести аналіз чутливості запропонованого ансамблю нейронних мереж до варіацій вхідних параметрів та дослідити його здатність до узагальнення на синтетичних даних. Також маємо намір розглянути вплив кількості нейронних мереж в ансамблі та архітектури окремих мереж на загальну ефективність.

5. Висновки

Результати показують, що запропонована обчислювальна модель для прогнозування емпіричного коефіцієнта гідравлічного опору Шезі для відкритих русел на основі ансамблевого навчання трьох нейронних мереж дозволяє отримати прогнози з достатньою для практики точністю та зменшити похибки у порівнянні з індивідуальною моделлю нейронної мережі, яка була апробована в [31, 32]. Зокрема, для гідроморфологічних умов гірських річок відносні похибки прогнозів отримано в межах $0,3\% \div 6,1\%$, коефіцієнт ефективності моделі Неша-Саткліфа = 0,991. Використання методу Bagging та агрегування прогнозів (на основі оберненої задачі) значно підвищує надійність та узагальнюючу здатність моделі. Цей підхід є перспективним для застосування в гідравлічному моделюванні та управлінні водними ресурсами, зокрема, математичному моделюванні річкових потоків для оцінки ерозійних процесів і руслових деформацій, проєктування річкових берегозахисних споруд, прогнозування наслідків паводків і затоплень [10].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ / REFERENCES

1. Sturm, T.W. (2001). Open Channel Hydraulics. McGraw-Hill, N.Y., 493 p.
2. Chow, V.T. (1959). Open-channel hydraulics. N.Y., McGraw-Hill, 680 p.
3. French, R.H. (1986). Open-channel hydraulics. N.Y., McGraw-Hill, 705 p.
4. Coon, W.F. (1998). Estimation of roughness coefficients for natural stream channels with vegetated banks. Prepared in cooperation with the New York State Department of Transportation, 133 p.
5. De Wrachien, D., Mambretti, S., and Sole, A. (2010). Mathematical models in flood management: overview and challenges. WIT Trans. on Ecology and the Environment, Vol. 133. Flood Recovery, Innovation and Response, 61–72; doi:10.2495/FRIAR100061
6. Stefanyshyn, D.V., Korbutiak, V.M., Stefanyshyna-Gavryliuk, Y.D. (2019). Situational predictive modelling of the flood hazard in the Dniester river valley near the town of Halych. Environmental safety and natural resources, 1(29), 16–27; doi:10.32347/2411-4049.2019.1.16-27
7. Ponce, V.M., Taher-shamsi, A., and Shetty, A.V. (2003). Dam-Breach Flood Wave Propagation Using Dimensionless Parameters. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 129, Issue 10, 777–782; DOI:10.1061/(ASCE)0733-9429(2003)129:10(777)
8. Wang, Yu., Liang, Q., Kesserwani, G., and Hall, J.W. (2011). A 2D shallow flow model for practical dam-break simulations. Journal of Hydraulic Research, 49:3, 307–316; DOI: 10.1080/00221686.2011.566248
9. Julien, P.Y. (2002). River Mechanics. Cambridge University Press, UK, 456 p.
10. Khodnevich, Y.V., and Stefanyshyn, D.V. (2014). Mathematical modelling the conditions of intensification of the riverbed local erosion behind of obstacle that deviates from the shore downstream. Zeszyty Naukowe Inżynieria Łądowa i Wodna w Kształtowaniu

- Środowska, Nr 10, Kalisz, 7–18. Available from https://yadda.icm.edu.pl/baztech/element/bwmeta1.element.baztech-journal-2082-6702-zeszyty_naukowe__inzynieria_ladowa_i_wodna_w_ksztaltowaniu_srodowiska
11. Cao, Z. and Carling, P. A. (2002). Mathematical modelling of alluvial rivers: reality and myth. Part I: General review. *Proc. of the Institution of Civil Engineers Water & Maritime Engineering*, 154, Issue 3, 207–219.
12. Julien, P.Y. (2010). *Erosion and sedimentation*. Cambridge University Press, 371 p.
13. Two-Dimensional Hydraulic Modeling for Highways in the River Environment. Ref. Document. (2019). Publ. No. FHWA-HIF-19-061, U.S. Department of Transportation, FHWA, 301 p. Available from <https://portal.ct.gov/-/media/DOT/documents/ddrainage/2-D-Hydraulic-Modeling-Reference-Documents.pdf>.
14. Park, I., Song, Ch.G. (2018). Analysis of two-dimensional flow and pollutant transport induced by tidal currents in the Han River. *Journal of Hydroinformatics*, 20 (3): 551–563; <https://doi.org/10.2166/hydro.2017.118>.
15. The UN-Water Status Report on the Application of Integrated Approaches to Water Resources Management. (2012). Nairobi, Kenya, 119 p. Available from https://www.un.org/waterforlifedecade/pdf/un_water_status_report_2012.pdf
16. Riverine Ecosystem Management. Science for Governing Towards a Sustainable Future. (2018). Schmutz, S., and Sendzimir, J., Editors. Aquatic Ecology Series. Volume 8. Springer Open, 562 p.
17. Kasvi, E., Alho, P., Lotsari, E., Wang, Y., Kukko, A., Hyypä, H., and Hyypä, Yu. (2014). Two-dimensional and three-dimensional computational models in hydrodynamic and morphodynamic reconstructions of a river bend: sensitivity and functionality. *Hydrological Processes*, Pub. online in Wiley Online Library; DOI: 10.1002/hyp.10277
18. Cha Zhang (2012). *Ensemble Machine Learning: Methods and Applications*. Published by Springer, 340 p.
19. Gautam Kunapuli (2023). *Ensemble Methods for Machine Learning*. Published by Manning, 352 p.
20. Giovanni Seni, John Elder (2010). *Ensemble Methods in Data Mining: Improving Accuracy Through Combining Predictions*. Morgan and Claypool Publishers, 126 p.
21. Mohammed, A., and Kora, R. (2023). A comprehensive review on ensemble deep learning: Opportunities and challenges. *Journal of King Saud University – Computer and Information Sciences*, 35, 757-774. <https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2023.01.014>
22. Rokach, L. (2010). Ensemble-based classifiers. *Artificial Intelligence Review*, 33, 1–39. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10462-009-9124-7>
23. Rokach, L. (2019). *Ensemble Learning: Pattern Classification Using Ensemble Methods*. World Scientific Publishing Company, 300 p.
24. Thomas A. Dorfer (2023). Bagging vs. Boosting: The Power of Ensemble Methods in Machine Learning. <https://pub.towardsai.net/bagging-vs-boosting-the-power-of-ensemble-methods-in-machine-learning-6404e33524e6>
25. Zhi-Hua Zhou (2012). *Ensemble Methods: Foundations and Algorithms*. Chapman & Hall/CRC Machine Learning & Pattern Recognition, 236 p.
26. *Soft Computing: Recent Advances and Applications in Engineering and Mathematical Sciences*. (2023). Edited by P. Debnath, O. Castillo, and P. Kumam. CRC Press. Taylor & Francis Group, London, N.Y., 233 p.
27. Bao-fei Feng, Yin-shan Xu, Tao Zhang, Xiao Zhang (2022). Hydrological time series prediction by extreme learning machine and sparrow search algorithm. *Water Supply* 22 (3), 3143–3157; <https://doi.org/10.2166/ws.2021.419>
28. Li, S., & Yang, J. (2023). Improved river water-stage forecasts by ensemble learning. *Engineering with Computers*, 39, 3293–3311; DOI: 10.1007/s00366-022-01751-1
29. Zounemat-Kermani, M., Batelaan, O., Fadaee, M., Hinkelmann, R. (2021). Ensemble machine learning paradigms in hydrology: A review. *Journal of Hydrology*, Vol. 598; <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.126266>

30. Stefanyshyn, D. V., Khodnevich, Y. V., Korbutiak, V. M. (2021). Estimating the Chezy roughness coefficient as a characteristic of hydraulic resistance to flow in river channels: a general overview, existing challenges, and ways of their overcoming. *Environmental safety and natural resources*, 39 (3), 16–43. <https://doi.org/10.32347/2411-4049.2021.3.16-43>
31. Yaroslav V. Khodnevych, Dmytro V. Stefanyshyn (2022). Data arrangements to train an artificial neural network within solving the tasks for calculating the Chezy roughness coefficient under uncertainty of parameters determining the hydraulic resistance to flow in river channels. *Environmental safety and natural resources*, Vol. 42 № 2, 59-85. <https://doi.org/10.32347/2411-4049.2022.2.59-85>
32. Khodnevych, Y., Stefanyshyn, D., Korbutiak, V. (2023). The Chezy Roughness Coefficient Computing Using an Artificial Neural Network to Support the Mathematical Modelling of River Flows. In: Dovgyi, S., Trofymchuk, O., Ustimenko, V., Globa, L. (eds) *Information and Communication Technologies and Sustainable Development. ICT&SD 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*, vol 809. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-46880-3_26
33. Yaroslav Khodnevych, Dmytro Stefanyshyn (2023). Do we need a more sophisticated multilayer artificial neural network to compute roughness coefficient? *Environmental safety and natural resources*, Vol. 48 (4), 170–182. <https://doi.org/10.32347/2411-4049.2023.4.170-182>
34. Ahmed Fawzy Gad, Fatima Ezzahra Jarmouni (2021). *Introduction to Deep Learning and Neural Networks with Python. A Practical Guide* - 2021 Elsevier Inc. 285 p.
35. Brett Slatkin (2019). *Effective Python*. Addison-Wesley. 469 p.
36. Chollet, F. (2018). *Deep Learning with Python*. Manning Publications Co., 384 p.
37. George Kyriakides, Konstantinos G. Margaritis (2019). *Hands-On Ensemble Learning with Python*. Packt Publishing, 298 p.
38. Muller, A., and Guido, S. (2016). *Introduction to Machine Learning with Python*. Published by O'Reilly Media, 378 p.
39. Sebastian Raschka, Vahid Mirjalili (2017). *Python Machine Learning*. Packt Publishing Ltd. 622 p.
40. Altman, M. (2020). A holistic approach to empirical analysis: The insignificance of P, hypothesis testing and statistical significance. In D.H. Bailey, N.S. Borwein, R.P. Brent, R.S. Burachik, J.H. Osborn, B. Sims, and Q.J. Zhu (Eds.). *From Analysis to Visualization: A Celebration of the Life and Legacy of J.M. Borwein*, Callaghan, Australia, September 2017. Springer Verlag. Vol. 313, 233–253; https://doi.org/10.1007/978-3-030-36568-4_16
41. Vyshnevskiy, V. I., Kosovets, O. O. (2003). *Hydrological Characteristics of the Rivers of Ukraine*. Kyiv: Nika-Center, 324 p. (in Ukrainian). [В.І. Вишневецький, О.О. Косовець (2003). *Гідрологічні характеристики річок України*. К.: Ніка-Центр, 324 с.].
42. Berthold, M.R., Borgelt, Ch., Höppner, F., and Klawonn, F. (2010). *Guide to Intelligent Data Analysis: How to Intelligently Make Sense of Real Data*. London: Springer-Verlag, 407 p.; DOI:10.1007/978-1-84882-260-3
43. De Rocquigny, E. (2012). *Modelling Under Risk and Uncertainty: An Introduction to Statistical, Phenomenological and Computational Methods*. Wiley series in probability and statistics, 484 p.
44. Kochenderfer, M.J. (2015). *Decision-making under uncertainty. Theory and Application*. With Ch. Amato, G. Chowdhary, J.P. How, H.J. Davison Reynolds, J.R. Thornton, P.A. Torres-Carrasquillo, N. Kemal Üre, and J. Vian. Massachusetts Institute of Technology, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 323 p.
45. Trofymchuk, O.M., Bidiuk, P.I., Prosiankina-Zharova, T.I., Terentiev, O.M. (2019). *Decision support systems for modelling, forecasting and risk estimation*. Riga: LAP LAMBERT Academic Publishing, 176 p.
46. Choi, R.Y., Coyner, A.S., Kalpathy-Cramer, J., Chiang, M.F., and Campbell, J.P. (2020). Introduction to machine learning, neural networks, and deep learning. *Trans Vis Sci Tech., Special Issue*, Vol. 9, No. 2, Article 19:2, <https://doi.org/10.1167/tvst.9.2.14>

47. Haikin, S. (2008). Neural Networks and Learning Machines (3rd Edition). Prentice Hall, 906 p.
48. Khodnevych, Ya. (2025). Software Implementation of a Computational Algorithm for Training an Ensemble of Neural Networks to Predict the Chezy Roughness Coefficient. Available from https://github.com/yakhodnevych/ANNE_approximation_C.git
49. Gichamo, T., Nourani, V., Gökçekuş, H., Gelete, G. (2024). Ensemble of artificial intelligence and physically based models for rainfall–runoff modeling in the upper Blue Nile Basin. Hydrology Research, 55 (10): 976–1000. <https://doi.org/10.2166/nh.2024.189>

Стаття надійшла до редакції 03.06.2025 і прийнята до друку після рецензування 22.08.2025

The article was received 03.06.2025 and was accepted after revision 22.08.2025

Ходневич Ярослав Васильович

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України

Адреса робоча: 03186 Україна, м. Київ, Чоколівський бульвар, 13

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5510-1154> **e-mail:** ya.v.khodnevych@gmail.com

Корбутяк Василь Михайлович

кандидат технічних наук, доцент кафедри землеустрою, кадастру, моніторингу земель та геоінформатики Національного університету водного господарства та природокористування

Адреса робоча: 33028 Україна, м. Рівне, вул. Соборна, 11

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-8273-2306> **e-mail:** v.m.korbutiak@nuwm.edu.ua