

УДК 518.5

**Sergii I. Azarov**<sup>1</sup>, D. S. (Engineering), Senior research associate  
ORCID ID 0000-0002-9951-8867 *e-mail*: azarov@kinr.kiev.ua

**Olena V. Kharlamova**<sup>2</sup>, PhD (Engineering), Assoc. Prof.  
ORCID ID 0000-0001-8844-8368 *e-mail*: kharlamovaovdoc@gmail.com

<sup>1</sup> Institute for Nuclear Research of NASU, Kyiv, Ukraine

<sup>2</sup> Kremenchuk Mykhailo Ostohradskyi National University, Kremenchuk, Ukraine

## MODEL OF INTERACTION OF POLLUTION WITH AQUATIC TECHNOGENICALLY LOADED ECOSYSTEM

***Summary.** Scientific researches are devoted to the development of the theory of functional stability of ecosystems, as the stability of the functional of ecological safety. The conceptual (system of views of ensuring the ecosystem functional stability) and theoretical (the idea is comprehensively researched using scientifically-based approaches, methods, techniques, algorithms and mathematical models) of the theory of functional stability of ecosystems are offered. The theoretical bases of sustainable development of technogenically loaded ecosystems under conditions of synergism of components of ecological danger of different genesis are considered. On the example of the model of interaction of pollution of aquatic ecosystem its stability is investigated. The processes are described by Lot-Volterra type equations. This uses a modification of the first Lyapunov method, which is designed to study the stability of aquatic ecosystems of non-autonomous differential equations. For this purpose, a family of linear operators is constructed and the stability of systems of differential equations is determined by the signs of their logarithmic norms. Criteria for stability and asymptotic stability of fixed points by Lyapunov were obtained in the model of interaction of pollution with the aquatic ecosystem. The proposed method can be used to study a wide range of other ecosystems.*

***Keywords:** ecosystem; ecological safety; technogenic load; dynamic process; stability; Volterra tray equation; model; synergism*

**С.І. Азаров<sup>1</sup>, О.В. Харламова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Інститут ядерних досліджень НАН України, м. Київ, Україна

<sup>2</sup> Кременчуцький національний університет ім. М. Остроградського, м. Кременчук, Україна

## МОДЕЛЬ ВЗАЄМОДІЇ ЗАБРУДНЕННЯ З ВОДНОЮ ТЕХНОГЕННО НАВАНТАЖЕНОЮ ЕКОСИСТЕМОЮ

***Анотація.** Наукові дослідження присвячені розвитку теорії функціональної стійкості екосистем як стійкості функціонала екологічної безпеки. Запропоновано концептуальні (система поглядів забезпечення функціональної стійкості екосистеми) та теоретичні (ідея всебічно досліджується за допомогою науково-обґрунтованих підходів, методів, методик, алгоритмів і математичних моделей) основи теорії функціональної стійкості екосистем. Розглядаються теоретичні засади стійкого розвитку техногенно навантажених екосистем в умовах синергізму складових екологічної небезпеки різного генезису. На прикладі моделі взаємодії забруднення водної*

© С.І. Азаров, О.В. Харламова, 2020

екосистеми досліджується її стійкість. Процеси описуються рівняннями типу Лотки – Вольтерри. При цьому використовується модифікація першого методу Ляпунова, що призначена для дослідження стійкості водних екосистем неавтономних диференціальних рівнянь. Для цього побудовано сімейство лінійних операторів і по знаках їх логарифмічних норм визначається стійкість систем диференційних рівнянь. Були отримані критерії стійкості і асимптотичної стійкості по Ляпунову нерухомих точок в моделі взаємодії забруднення з водною екосистемою. Запропонований метод може бути використаний при дослідженні широкого класу інших екосистем.

**Ключові слова:** екосистема; екологічна безпека; техногенне навантаження; динамічний процес; стабільність; рівняння Лотки – Вольтерри; модель; синергізм

## Вступ

Стійкість екосистем – це здатність зберігати структуру і нормальне функціонування при змінах екологічних чинників. Адаптації організмів до змін чинників довкілля певною мірою забезпечують стійкість екосистем, до складу яких вони входять. Однак, екосистема (як і будь-яка більш складна система) порівняно з окремими видами організмів має більш високий ступінь надійності функціонування в мінливому середовищі, оскільки на системному рівні формуються і розвиваються нові системні механізми забезпечення стійкості й живучості екосистем, які були відсутні у окремих видів.

Екологічна безпека, на наш погляд [1], який підкріплений результатами аналізу літературних джерел та власних досліджень, охоплює практично всі сфери життєдіяльності суспільства. Тому проблеми екологічної безпеки багатогранні, що визначає широкий спектр напрямів наукових досліджень у цій галузі.

Дослідження впливу антропогенних чинників на водну екосистему є одним з фундаментальних завдань екологічної безпеки. Характер і ступінь цього впливу залежать як від стану водних об'єктів, здатності до самоочищення, так і від ступеня антропогенного впливу, складу та обсягів забруднень, що надходять в них. Швидкість відновлення водних екосистем при відхиленнях, що виникають при антропогенному втручанні, залежить від їхнього положення відносно рівноважного стану. З посиленням антропогенного тиску або інших природних чинників відбуваються збурення, наростання відхилень від рівноважного стану до тих пір, доки водна екосистема не втратить стабільність, що призведе до її руйнування. Особливо складними є прогностичні оцінки, оскільки відсутні надійні кількісні методики визначення впливу різних чинників (антропогенних і природних) на якість середовища, біотичні компоненти і, в цілому, на екологічний стан водних об'єктів. Одними з найбільш проблематичних питань залишаються методологічні основи оцінки екологічного стану водних екосистем. Ці питання вивчались багатьма вітчизняними вченими (В.Д. Романенко (1998, 2001), В.М. Жукинський (2003), О.П. Оксуюк (1993), С.А. Афанасьєв (2004), Г.А. Верніченко (1983, 1984), А.В. Яцик (1996), А.Г. Васенко (2000, 2001, 2013), В.І. Пелешенко (2000), В.К. Хільчевський (2007, 2013), В.П. Гандзюра (2008)) та зарубіжними науковцями (Ю.А. Израель (1979, 1981), В.П. Семенченко (2004), R.M. Brown (1972), J.B. Truett (1975) та ін.) [2–4].

Актуальним є пошук надійної методики визначення ступеня впливу різних чинників (антропогенних і природних) на екологічний стан водних екосистем [5]. Необхідним є метод, що ґрунтується на використанні реакцій водної екосистеми на вплив хімічних і фізичних чинників, хронічного забруднення, точкових і дифузних джерел, аварійних ситуацій.

У математичному відношенні зміни поведінки водної екосистеми при впливі антропогенних навантажень можна описати нелінійними рівняннями. Ці процеси відбуваються як флуктуаційні зміни, що викликають турбулентність і можуть призвести до руйнування водної екосистеми. Такі зміни у водній екосистемі характеризуються послідовністю фаз конфлікту-кризи і власне екологічної катастрофи. Однак механізми забезпечення, принципи та методи оцінки стійкості водної екосистеми до впливу антропогенних навантажень ще недостатньо розроблені.

Основним апаратом, що описує моделі взаємодії забруднення з водною екосистемою, буде представлена система диференціальних та інтегральних рівнянь. Відмітимо, що в останній час з'явився новий клас моделей, такі як логіко-диференціальні, ймовірні, детерміновано-стохастичні, а також інші моделі, які ґрунтуються на теорії мов [6].

Починаючи з публікацій Лотки та Вольтерри, математична екологія сформувалася як окремий напрям науки [7, 8].

## Результати дослідження

Враховуючи найбільш вагомі положення робіт [9, 10], сформулюємо основні властивості водної екосистеми наступним чином:

- 1) повинні бути наявні первинні ресурси;
- 2) у водній екосистемі повинна бути підсистема відновлення і досконалості;
- 3) повинен бути механізм взаємодії водної екосистеми із забруднювачем;
- 4) повинні існувати механізми, що забезпечують умови кооперативної та конкурентної поведінки;
- 5) повинен існувати механізм, що забезпечує гомеостаз.

Використаємо наступні позначення фізичних величин та певних функціональних залежностей з урахуванням [11, 12]:

- $P$  – концентрація забруднювача;
- $E$  – щільність біомаси;
- $f(E, P)$  – функція, що описує абсорбцію та «переробку» забруднювача водної екосистеми;
- $d = g(E)$  – величина, що описує динаміку водної екосистеми за відсутності забруднення;
- $h(E, P)$  – функція, що описує шкідливий вплив забруднення на водну екосистему;
- $a$  – потужність джерела забруднення в одиницю часу;
- $b$  – коефіцієнт лінійного (мертвого) знищення забруднення (природна дисипація).

Тоді система рівнянь, що описує взаємодію забруднення з водною екосистемою, буде мати вид:

$$\frac{dE}{dt} = g(E) - h(E, P), \quad \frac{dP}{dt} = a - bP - f(E, P), \quad (1)$$

Якщо констатувати, що

$$f(E, P) = cEP, g(E) = rE \left(1 - \frac{E}{k}\right), h(E, P) = dEP \quad (2)$$

тоді система (1) буде мати вид

$$\frac{dP}{dt} = a - bP - cEP, \quad \frac{dE}{dt} = r(E) \left(1 - \frac{E}{k}\right) - dEP. \quad (3)$$

Введемо безрозмірні змінні

$$P = \frac{bu}{d}, E = \frac{bv}{c}, \tau = bt, \alpha = \frac{ad}{b^2}, u_0 = \frac{r}{b}, \rho = \frac{r}{cE}. \quad (4)$$

Перейдемо до найпростішої математичної моделі взаємодії забруднення з водною екосистемою:

$$\frac{du}{dt} = \alpha - u - uv, \quad \frac{dv}{dt} = v(u_0 - u) - pv^2. \quad (5)$$

Дослідимо стійкість математичної моделі «забруднення – водна екосистема» з параметрами, що є залежними від часу. Для визначеності обмежимося розглядом моделі, яка описується системою рівнянь (5). При цьому будемо вважати, що деякі параметри цієї моделі залежать від часу. В результаті приходимо до системи диференціальних рівнянь:

$$\frac{du(t)}{dt} = a - u(t) - \frac{u(t)v(t)}{\lambda(t) = u(t)}, \quad \frac{dv(t)}{dt} = v(t)(u_0(t) - u(t)) - p(t)v^2(t). \quad (6)$$

Параметр  $\lambda(t)$  описує ступінь впливу забруднення на водну екосистему: чим більше його величина, тим менше ступінь поглинання забруднення водною екосистемою; коефіцієнт  $p(t)$  описує взаємну конкуренцію різних видів водної екосистеми.

В системі рівнянь (6) параметр  $a$  можна трактувати як узагальнену потужність джерела забруднення;  $u_0(t)$  – як гранично допустиму концентрацію для даної водної екосистеми (якщо, починаючи з деякого часу,  $t \geq t_0$   $u_0(t) < u(t)$ , то  $d_v(t) / dt < 0$  і водна екосистема вимирає). Будемо досліджувати стійкість рішення системи (6) відносно нерухомої точки  $(a, 0)$ . Дослідження будемо проводити у просторі  $R_2$  векторів  $x = (x_1, x_2)$  з нормою  $\|x\| = \max(|x_1|, |x_2|)$ . Через  $B(0, r)$  позначимо кулю радіуса  $r$  з центром в початку координат простору  $R_2$ ; через  $S(0, r)$  позначена сфера  $\|x\| = x \in R_2$

Через  $\Lambda(A)$  позначимо логарифмічну норму оператора  $A$ :

$$\Lambda(A) = \lim_{h \downarrow 0} \frac{\|I + hA\| - 1}{h}, \quad (7)$$

де  $I$  – тотожний оператор.

Зробимо заміну змінних  $u(t) = a + u_1(t)$ ,  $v(t) = v_1(t)$ . У результаті приходимо до системи рівнянь

$$\frac{du_1(t)}{dt} = -u(t) - \frac{(u_1(t) + a)v_1(t)}{\lambda(t) + a + u_1(t)}, \quad \frac{dv_1(t)}{dt} = v_1(t)(u_0(t) - a - u_1(t)) - p(t)v_1^2(t). \quad (8)$$

Зафіксуємо довільне значення  $T > 0$ . Нехай  $x(t) \neq 0$ ,  $x(t) = (u_1(t), v_1(t))$ .

Представимо систему рівнянь (8) в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{du_1(t)}{dt} &= -u(t) - \frac{(u_1(T) + a)}{\lambda(T) + a + u_1(T)} v_1(t) + \\ &+ \left( \frac{u_1(T) + a}{\lambda(T) + a + u_1(T)} - \frac{u_1(t) + a}{\lambda_1(t) + a + u_1(t)} \right) v_1(t), \\ \frac{dv_1(t)}{dt} &= (u_0(T) - a - u_1(T))v_1(t) - p(T)v_1(T)v_1(t) + \\ &+ (u_0(t) - u_1(t)) - u_0(T) - u_1(T))v_1(t) - (p(t)v_1(t) - p(T)v_1(T))v_1(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Представимо систему (9) у вигляді операційного рівняння

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(T)x(t) + F(t), \quad (10)$$

де

$$x(t) = (u_1(t), v_1(t)); A(T) = \{a_{ij}(T)\}, a_{11}(T) = -1, a_{12}(T) = -\frac{u_1(T) + a}{\lambda(T) + u_1(T) + a}, \quad (11)$$

$$a_{21}(T) = 0, A_{22}(T) = u_0(T) - a - u_1(T) - p(T)v_1(T); F(t) = (f_1(t), f_2(t)),$$

причому вид функцій  $f_i(t)$ ,  $i=1,2$ , очевидно.

Рівняння (11) має наступне рішення

$$x(t) = e^{A(T)(t-T)} x(T) + \int_T^t e^{A(T)(t-s)} F(s) ds. \quad (12)$$

Неважко побачити, що для будь-якого як завгодно малого  $\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ) існує проміжок часу  $[T, t + \Delta T(\varepsilon)]$ , протягом якого  $\|F(t)\| \leq \varepsilon \|x(t)\|$ .

З огляду на це зауваження і переходячи в (12) до норм, отримуємо нерівність

$$\|x(t)\| \leq e^{\Lambda(A(T))(t-T)} \|x(T)\| + \varepsilon \int_T^t e^{\Lambda(A(T))(t-s)} \|x(s)\| ds, \quad (13)$$

справедливу при  $T \leq t \leq T + \Delta(T(\varepsilon))$ .

Введемо функцію  $\phi(t) = e^{-\Lambda(A(T))t} \|x(t)\|$  і представимо нерівність (13) у вигляді

$$\phi(t) \leq \phi(T) + \varepsilon \int_T^t \phi(s) ds. \quad (14)$$

Застосовуючи до (14) нерівність Гронуолла – Беллмана [13] і повертаючись до норм, маємо

$$\|x(t)\| \leq e^{(\Lambda(A(T)+\varepsilon)(t-T)} \|x(T)\|. \quad (15)$$

Таким чином, якщо при всіх  $t \geq 0$  справедливо  $\Lambda(A(t)) < 0$ , то рішення системи (9) стійке. Повторюючи міркування, можна показати, що якщо при всіх  $t \geq 0$  виконується нерівність  $\Lambda(A(t)) < -\chi$ ,  $\chi > 0$ , то рішення системи (9) асимптотично стійке. Визначимо область притягання нерухомої точки (0,0) системи (9).

З наведених вище міркувань випливає, що якщо при  $t \geq 0$

$$-1 + \frac{\delta + a}{\lambda(t) + a} \leq -x, \quad u_0(t) - a \leq -x, \quad x > 0, \quad (16)$$

то траєкторія рішення системи (9) при початкових умовах з кулі  $B(0, \delta)$  прагне до нерухомої точки.

Звідси випливає, що область притягання нерухомої точки (0,0) оцінюється нерівністю

$$\min_t \frac{\lambda(t)(1-x) - ax}{x} \geq \delta. \quad (17)$$

Аналогічним чином досліджували стійкість і нестійкість нерухомих точок системи диференціальних рівнянь (6). Відзначимо, що при дослідженні нестійкості використовуються двосторонні оцінки.

В якості одного з конкретних прикладів застосування моделі «забруднення – водна екосистема» розглянемо модель очистки стічних вод [14]. Ця модель описується системою рівнянь:

$$\frac{dP}{dt} = a - bD(P) - cf(P, E), \quad \frac{dE}{dt} = -dE + eh(P, E), \quad (18)$$

де  $P(t)$  – концентрація забруднювача у воді;  $E(t)$  – щільність біомаси активного мулу;  $D(P)$  – функція дисипації, що характеризує природний розпад забруднювача;  $f(P, E)$  і  $h(P, E)$  – трофічні функції, які характеризують процес

очищення забруднювачів біологічно чистим мулом;  $a > 0$  – потужність джерела забруднення;  $d > 0$  – постійна, що характеризує швидкість зменшення активного мулу в чистій воді;  $c$  і  $e$  – константи, що більші за 0.

Система рівнянь (18) матиме три нерухомі точки

$$A_1 = (a, 0), A_2 = \left( \frac{u_0 + p + Q}{2}, \frac{u_0 - p - Q}{2p} \right), A_3 = \left( \frac{u_0 + p - Q}{2}, \frac{u_0 - p + Q}{2p} \right), \quad (19)$$

де

$$Q = \sqrt{(u_0 + p)^2 - 4ap}. \quad (20)$$

Якщо  $u_0 > a$ , то  $A_1$  – (збірка, парасолька Уїтні-Келлі); в іншому випадку  $A_1$  – (каустика, ластівчин хвіст) (рис. 1) [15].

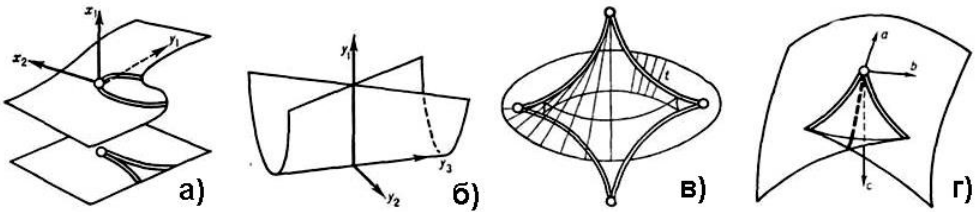


Рис. 1 – Приклади біфуркаційних діаграм: а – збірка; б – парасолька Уїтні-Келлі; в – каустика; г – ластівчин хвіст

Отже, водну екосистему можна назвати такою, що самоорганізується, якщо вона без специфічного впливу ззовні знаходить якусь просторову, часову або функціональну структуру. Під специфічним зовнішнім впливом розуміється такий, що нав'язує водній екосистемі структуру або функціонування.

Відзначимо, що більш реалістичним є визначення функції  $f(E, p)$  формулою

$$f(E, p) = \frac{cEp}{A + p}. \quad (21)$$

де  $c$  та  $A$  – константи.

У цьому випадку безрозмірна система рівнянь (18) буде мати вигляд:

$$\frac{du}{dt} = a - u - \frac{uv}{\lambda + u}, \quad \frac{dv}{dt} = v(u_0 - u) - pv^2. \quad (22)$$

Тут  $\lambda > 0$  описує ступінь впливу забруднення на водну екосистему. Неважко бачити, що  $A_1$  є нерухомою точкою для системи (22).

## Висновки

Розроблено теоретичні засади стійкого розвитку техногенно навантажених екосистем в умовах синергізму складових екологічної небезпеки різного генезису. На прикладі моделі взаємодії забруднення водної екосистеми досліджено її стійкість.

Встановлено, що здатність водної екосистеми до самоорганізації багато в чому визначається характером взаємодії випадкових і необхідних чинників екосистеми і середовища, що її оточує.

Отримані критерії стійкості і асимптотичної стійкості по Ляпунову нерухомих точок в моделі взаємодії забруднення з водною екосистемою. Запропонований метод може бути використаний при дослідженні широкого класу інших екосистем, зокрема техногенно навантажених екосистем в умовах синергізму небезпек різного генезису.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Shmandiy, V.M., Kharlamova, E.V., Rigas, T.E. (2018) Control elements of environmental safety under the conditions of chemical and man-made factors. *Gigiena i Sanitariya*, 9(97), 809-812.
2. Kharlamova O.V., Malovanyu M.S., Shmandiy V.M., Svyatenko A.I. (2018) *Ways of increasing the efficiency of anaerobic-aerobic processes of biological wastewater treatment: «Water Supply and Wastewater Disposal»*. Monografie. Lublin: Lublin University of Technology. Poland, 124-131.
3. Азаров С.І., Сидоренко В.Л., Задунай О.С. (2017) Визначення надійності екосистем до чинника антропогенного тиску. *Збірник наукових праць «Екологічна безпека та природокористування»*, 3-4 (24), 50-57. (in Ukrainian)
4. Матвеева І.В., Азаров С.І., Кутлахмедов Ю.О., Харламова О.В. (2016) *Стійкість екосистем до радіаційних навантажень*. Київ: НАУ. (in Ukrainian)
5. Азаров С.І., Задунай О.С. (2018) Моделювання стійкості екосистеми. *Науково-практичний журнал «Екологічні науки»*, 4 /2018 (23), С. 5–9. (in Ukrainian)
6. Глушков, В.М., Иванов, В.В (1983) *Моделирование развивающихся систем*. Москва: Наука. (in Russian)
7. Lotka, A. *Elements of Physical Biology* (1925). Baltimore. Reprinted by Dover in 1956 as *Elements of Mathematical Biology*.
8. Вольтерра, В. (1976) *Математическая теория борьбы за существование*. Москва: Наука. ГИФМЛ. (in Russian)
9. Ащепкова Л.Я. (1978) *Математическое моделирование водных экологических систем*. Иркутск: ИГУ, 6-46. (in Russian)
10. Георгиевский В.Б. (1982) *Идентификация и верификация моделей водных экосистем*. Проблемы сохранения, защиты и улучшения качества природных вод. Москва: Наука, 156-163. (in Russian)
11. Смит, Дж. М. (1976) *Модели в экологии*. Москва : Мир. (in Russian)
12. Арнольд, В.И. (2000) *«Жесткие» и «мягкие» модели*. Москва: МЦНМО. (in Russian)
13. Братусь, А.С., Новожилов А.С., Платонов А.П. (2010) *Динамические системы и модели биологии*. Москва : Физматлит. (in Russian)
14. Крестин, С.В., Розенберг, Г.С. (1996) Об одном механизме "цветения воды" в водохранилище равнинного типа. *Биофизика*, 41(3), 650-654. (in Russian)
15. Азаров, С.І. (2019) Моделювання еволюції нелінійних екосистем. *Екологічна безпека та природокористування*, 2 (30), 18-29. DOI: <https://doi.org/10.32347/2411-4049.2019.2.18-29> (in Ukrainian)

Стаття надійшла до редакції 10.04.2020 і прийнята до друку після рецензування 09.06.2020



## REFERENCES

1. Shmandiy, V.M., Kharlamova, E.V., & Rigas, T.E. (2018). Control elements of environmental safety under the conditions of chemical and man-made factors. *Gigiena i Sanitariya*, 9(97), 809-812.
2. Kharlamova, O.V., Malovanyy, M.S., Shmandiy, V.M., & Svyatenko, A.I. (2018). *Ways of increasing the efficiency of anaerobic-aerobic processes of biological wastewater treatment: «Water Supply and Wastewater Disposal»*. Monografie. Lublin: Lublin University of Technology. Poland.
3. Azarov, S.I., Sidorenko, V.L., & Zadunay, O.S. (2017). Determination of ecosystems reliability to anthropogenic pressure factor. *Environmental safety and natural resources*, 3-4(24), 50-57. (in Ukrainian)
4. Matveeva, I.V., Azarov, S.I., Kutlahmedov, Yu.O., & Kharlamova, O.V. (2016). *Ecosystems resilience to radiation loads*. Kyiv: NAU (in Ukrainian)
5. Azarov, S.I., & Zadunay, O.S. (2018). Ecosystem sustainability modeling. *Scientific and Practical Journal "Environmental Sciences"*, 4(23), 5-9. (in Ukrainian)
6. Glushkov, V.M., & Ivanov, V.V. (1983). *Modeling of developing systems*. Moscow: Science. (in Russian)
7. Lotka, A. (1925). *Elements of Physical Biology Baltimore*. Reprinted by Dover in 1956 as *Elements of Mathematical Biology*.
8. Volterra, V. (1976). *The mathematical theory of the struggle for existence*. Moscow: Science. GIFML. (in Russian).
9. Achepkova, L.Ya. (1978). Mathematical models of aquatic ecosystems. *Mathematical modeling of aquatic ecological systems*, 6-46. Irkutsk: IMU. (in Russian)
10. Georgievsky, V.B. (1982). Identification and verification of aquatic ecosystem models. *Problems of conservation, protection and improvement of natural water quality*, 156-163. Moscow: Science. (in Russian)
11. Smith, J.M. (1976). *Models in Ecology*. Moscow: Peace. (in Russian)
12. Arnold, V.I. (2000). *"Hard" and "soft" models*. Moscow: MOSNMO. (in Russian)
13. Bratus, A.S., Novozhilov, A.S., & Platonov, A.P. (2010). *Dynamic systems and models of biology*. Moscow: Fizmatlit. (in Russian)
14. Krestin, S.V., & Rosenberg, G.S. (1996). On a mechanism of "flowering of water" in a reservoir of plain type. *Biophysics*, 41(3), 650-654. (in Russian)
15. Azarov, S.I. (2019). Modeling the evolution of nonlinear ecosystems. *Environmental safety and natural resources*, 2(30), 18-29. DOI: <https://doi.org/10.32347/2411-4049.2019.2.18-29> (in Ukrainian)

*The article was received 10.04.2020 and was accepted after revision 09.06.2020*

### **Азаров Сергій Іванович**

доктор технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник Інституту ядерних досліджень НАН України

**Адреса робоча:** 03680 Україна, м. Київ, пр-т Науки, 47

**e-mail:** azarov@kinr.kiev.ua

ORCID ID 0000-0002-9951-8867

### **Харламова Олена Володимирівна**

кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри екологічної безпеки Кременчуцького національного університету ім. М. Остроградського

**Адреса робоча:** 39600 Україна, м. Кременчук, вул. Першотравнева, 20

**e-mail:** kharlamovaovdoc@gmail.com

ORCID ID 0000-0001-8844-8368