

УДК 628.35

Oleksandr Ya. Oliynyk, Corresponding member of NASU, D.S. (Technical), Professor, Chief of the Department of Applied Hydrodynamics

Sergiy V. Telyma, PhD, Senior Research Associate
ORCID ID 0000-0003-0109-0696, *e-mail*: sertelyma@gmail.com

Yuriy I. Kalugin, PhD, Senior Research Associate
e-mail: forkalugin@ukr.net

Yevheniy O. Oliynyk, Principal engineer

Institute of Hydromechanics of NASU, Kyiv, Ukraine

SUBSTANTIATION OF THE CALCULATION METHODS OF THE NITROGEN REMOVING (NITRIFICATION) IN BIOREACTORS WITH USING ON THE BIOFILM MODELS

***Abstract.** The mathematic model and calculations of the waste waters cleaning parameters from the compounds ammonium nitrogen (nitrification) in bioreactors with additional using in their volume the fixed biocenosis as the biofilm are presented. The valuation of the different influence factors on the waste waters cleaning parameters is given. The kinetics of reaction according to Monod nonlinear equation is used that allow to calculate the nitrogen concentrations on the external and in the interior biofilm surfaces and to evaluate the efficiency of the biofilm work of the given thickness relative to penetration character of the nitrogen pollutions in it. As showed the biofilm thickness and the flow in it are decreasing as the tearing off velocity of the biomass from its surface is increasing where as at increasing of the nitrogen concentrations these parameters are increasing. At this the substrate flow and the penetration depth into the biofilm are the functions of the substrate concentration on the biofilm surface, velocity of the reaction within it and the diffusive mass transfer. As a main parameter for evaluation of the oxygen influence for control of the process of ammonium oxidation to nitrite the relation of the concentrations oxygen to ammonium nitrogen is proposed. The specific examples and calculations have showed the given relation may be better alternative for control of the nitrification processes in reactor in comparison with oxygen concentration.*

***Key words:** model; cleaning; nitrogen compounds; biofilm; bioreactor; oxygen; concentration*

О.Я. Олійник, С.В. Телима, Ю.І. Калугін, Є.О. Олійник

Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ, Україна

ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ВИЛУЧЕННЯ АЗОТУ (НІТРИФІКАЦІЯ) В БІОРЕАКТОРАХ З ВИКОРИСТАННЯМ БІОПЛІВКОВИХ МОДЕЛЕЙ

***Анотація.** Наведена математична модель і розрахунки параметрів очистки стічних вод від сполук амонійного азоту (нітрифікація) в біореакторах з додатковим облаштуванням в їх об'ємі закріпленого біоценозу у вигляді біоплівки. Дана оцінка впливу різних факторів на параметри очистки.*

© О.Я. Олійник, С.В. Телима, Ю.І. Калугін, Є.О. Олійник, 2021

ISSN: 2411-4049. Екологічна безпека та природокористування, № 2 (38), 2021

В моделі використовується кінетика реакцій згідно з нелінійним рівнянням Моно, що дозволяє проводити розрахунки з визначення концентрацій азоту на зовнішній та внутрішній поверхнях біоплівки та оцінювати ефективність дії біоплівки заданої товщини по характеру проникнення в ній забруднень азоту. Показано, що товщина біоплівки і потік всередині неї зменшуються із збільшенням швидкості відриву біомаси з її поверхні, тоді як із збільшенням концентрації азоту ці характеристики зростають. При цьому потік субстрату та глибина проникнення в біоплівку є функціями концентрації субстрату на поверхні біоплівки, швидкості реакції всередині біоплівки і дифузійного масопереносу. У якості основного параметра для оцінки впливу кисню, який контролює процес окислення амонію до нітритів, пропонується використання відношення концентрації кисню до амонійного азоту. Як показали конкретні приклади і розрахунки, дане відношення може бути кращою альтернативою контролю за нітрифікацією в реакторі у порівнянні з концентрацією кисню.

Ключові слова: модель; очистка; сполуки азоту; біоплівка; біореактор; кисень; концентрація

DOI: 10.32347/2411-4049.2021.2.18-38

Вступ

Відомо, що одними із основних забруднюючих речовин, які входять до складу господарсько-побутових і їм подібних за складом стічних вод, являються сполуки азоту переважно амонійної форми ($N-NH_4^+$).

Згідно з існуючими нормативними вимогами ці води перед скиданням у різні водойми підлягають з різних причин значному очищенню. В практиці очищення стічних вод від сполук азоту, як і забруднень органічного походження, найбільшого поширення здобули біологічні методи очистки. В класичній схемі такої очистки основною складовою є біореактор-аеротенк. В аеротенку відбувається вилучення (біоокислення) сорбованих на плаваючих пластівцях активованого мулу забруднень, який в даному випадку складається з автотрофних мікроорганізмів, завислих або розчинних у воді. Слід відмітити, що останнім часом, особливо в зв'язку із посиленням нормативних вимог, така очистка не забезпечує необхідний рівень і якість вилучення азотних забруднень зваженим (плаваючим) біоценозом і виникає необхідність у їх додатковій очистці. Як показав проведений аналіз, ефективність вилучення забруднень азоту в аеротенку можна значно підвищити, якщо поряд зі зваженим біоценозом (активним мулом) забезпечити в об'ємі аеротенка додаткове завантаження (різні сорбенти, пристрої, насадки тощо), на поверхні якого утворюється біоплівка з високою концентрацією мікроорганізмів. На думку спеціалістів, така комбінована біологічна очистка стічних вод в спорудах із закріпленим біоценозом (біоплівкою) має ряд значних суттєвих технологічних переваг і може широко використовуватись на практиці при вилученні забруднень різного походження.

В загальному випадку вилучення амонійного азоту $N-NH_4^+$ складається із декількох процесів, а саме: процесу окислення амонію до нітритів $N-NO_2$ (перша стадія нітрифікації) та окислення нітритів $N-NO_2$ до нітратів $N-NO_3$ (друга стадія нітрифікації) та із майже анаеробного процесу денітрифікації – відновлення зазначених сполук азоту до молекулярного азоту N_2 .

В даній роботі запропоновано математичну модель, в якій розглянута перша стадія нітрифікації по вилученню амонійного азоту $N-NH_4^+$. Таке вилучення

відбувається анаеробними бактеріями *Nitrosomonas* в умовах достатнього забезпечення процесу очистки киснем.

Для одержання інженерних оцінок та їх аналізу розглянуто біореактор-аеротенк – змішувач, в якому вилучення азоту NH_4^+ відбувається зваженим (активованим мулом) із закріпленим біоценозом у вигляді біоплівки з високою концентрацією мікроорганізмів, яка утворюється на поверхні додатково облаштованого в аеротенку завантаження.

Мета досліджень

Мета досліджень полягає у розробці математичної моделі та методів розрахунку, в яких вилучення азоту N відбувається за реакцією нульового порядку і більш точною нелінійною реакцією згідно з відомим рівнянням Моно для умов достатнього забезпечення процесу очистки киснем.

Виклад основних результатів

У попередніх роботах нами був проведений аналіз і відзначені особливості сумісної біологічної очистки стічних вод від органічних забруднень (O_3) і сполук азоту (N) різним біоценозом (мікроорганізмами), який формується у вигляді біоплівки на поверхні елементів завантаження в різних біореакторах, зокрема в аеротенках і затоплених фільтрах [1–4]. Було встановлено, що при достатньому забезпеченні сумісної аеробної очистки киснем практично вилучення азоту N відбувається тільки тоді, коли майже повністю відбулось вилучення O_3 в біоплівці більш активними гетеротрофними мікроорганізмами. Як показали результати проведеного аналізу, вилучення O_3 і N можна розглядати окремо в дві стадії, а саме: спочатку відбувається вилучення O_3 без нітрифікації, а на другій стадії оптимізується тільки процес нітрифікації. Наприклад, встановлено [3], що при концентрації O_3 десь більше 30 мг/л вилучення азоту зовсім не відбувається. При незначному часі перехідного періоду від першої до другої стадії відбувається майже повне вилучення залишків O_3 і деяке можливе початкове незначне вилучення N , яке в практичних розрахунках можна не враховувати. Тому при аналізі і розробці методики сумісного вилучення O_3 і N в біореакторах використовувались результати досліджень, одержані для випадку окремого вилучення O_3 і N в обох зазначених стадіях.

Нагадаємо, що азот присутній у багатьох стічних водах переважно у вигляді амонію NH_4^+ і його присутність у воді є небажаною з різних причин [5, 6]. Для вилучення амонію часто використовують біологічні процеси нітрифікації – денітрифікації перетворення амонію в молекулярний азот. Відомо, що амоній в процесі нітрифікації окислюється до нітрату NO_3 через нітрит NO_2 , а далі нітрат переходить в молекулярний азот через денітрифікацію. Відповідно до вирішення поставлених задач сумісного вилучення O_3 і N в даній роботі розглянуто і вивчено процес, що відбувається при першій стадії нітрифікації, а саме: вилучення амонійного азоту $N - \text{NH}_4^+$ із стічних вод. Особливості протікання цього процесу, що відбувається під дією автотрофних бактерій (*Nitrosomonas*), достатньо широко висвітлені в спеціальній літературі [6–9].

Так як в цих випадках вилучення O_3 і N відбувається в аеробних умовах, тобто при споживанні кисню, то необхідно в системах аерації забезпечити такий кисневий режим в реакторі, при якому швидкість біологічної очистки не повинна лімітуватись кількістю кисню, який знаходиться в реакторі. Методика розрахунку параметрів вилучення O_3 в біореакторах (аеротенках, краплинних і затоплених фільтрах) із закріпленням біоценозом (біоплівкою) досить предметно і ґрунтовно розроблена на підставі реалізації загальних математичних біоплівкових моделей. При цьому враховані технологічні, гідродинамічні, біологічні та інші особливості формування і реалізації математичних моделей з біоплівкою, в тому числі із врахуванням кисневого режиму [10, 11].

Загальна математична модель вилучення азоту N , як і органічних забруднень O_3 , складається із системи рівнянь матеріального балансу, записаних відносно зміни концентрацій азоту N і кисню O_2 у стічній воді, що очищається в біореакторі, біоплівці і рідинній плівці пограничного шару. При цьому вилучення азоту N в системі біореактор з біоплівкою відбувається переважно закріпленням біоценозом, хоча, як буде сказано нижче, може частково вилучатись і зваженим біоценозом (переважно активним мулом), який знаходиться в об'ємі рідини в біореакторі. Оцінка впливу цього біоценозу була, зокрема, одержана при розрахунках вилучення O_3 зваженим і закріпленням біоценозом в аеротенках і наведена в роботі [12]. Так як вилучення азоту N відбувається переважно тільки біоплівкою, то було розглянуто наступні біоплівкові моделі (рівняння матеріального балансу):

а) в умовах елементів можливого завантаження, на якому формується біоплівка в біореакторах-аеротенках і краплинних біофільтрах [11]:

$$D_N \frac{\partial^2 N}{\partial Z^2} - R_N = 0, \quad (1)$$

б) в умовах завантаження із сферичних зерен (гранул) в затоплених фільтрах або гранул (зерен) інших форм (деякі рекомендації наведені в роботі [10]):

$$D_N \left(\frac{\partial^2 N}{\partial r^2} + \frac{2\partial N}{\partial r} \right) - R_N = 0. \quad (2)$$

В загальному випадку швидкість вилучення N відбувається за реакцією

$$R_N = k_N \frac{N}{K_{Nm} + N} \frac{C}{K_{cm} + C} - X_N f_N, \quad (3)$$

де $k_N = \frac{\mu_{\max N}}{Y_N}$, $f_N = f_i \cdot f_{PH} \cdot f_C$. Позначення прийнятих величин в рівняннях наведені в роботах [1–4]. В подальшому для практичних розрахунків будуть розглянуті найбільш поширені випадки, коли вилучення азоту N відбувається за реакцією нульового порядку і більш точною нелінійною

реакцією згідно з відомим рівнянням Моно, а також при достатньому забезпеченні процесу киснем $\left(\frac{C}{K_{cm} + C} \approx 1\right)$.

Тобто маємо

$$R_{NO} = k_N X_N = w_N, \quad (4)$$

$$R_N = w_N N / (K_{Nm} + N). \quad (5)$$

Оскільки на практиці концентрація азоту буде значно більша, ніж параметр півнасичення $N \gg K_{Nm}$, то при його вилученні можна приймати кінетику нульового порядку (4). При вирішенні рівняння (1) при реакції R_{N_0} нульового порядку в залежності від проникнення азоту в біоплівку необхідно розглядати два можливі випадки (рис. 1). У першому випадку, який відповідає повному проникненню азоту в біоплівку ($\beta_N \geq 1$), рішення рівняння (1) виконується при наступних граничних умовах:

при $z = 0, \quad -D_N \frac{dL_N}{dz} = K_N (N_e - N|_{z=0}) = I_N \quad (6)$

при $z = \delta, \quad \frac{dN}{dz} = 0,$

де I_N – потік (транспорт) N на поверхню біоплівки із об'єму рідини (реактора) через рідинну плівку (пограничний шар).

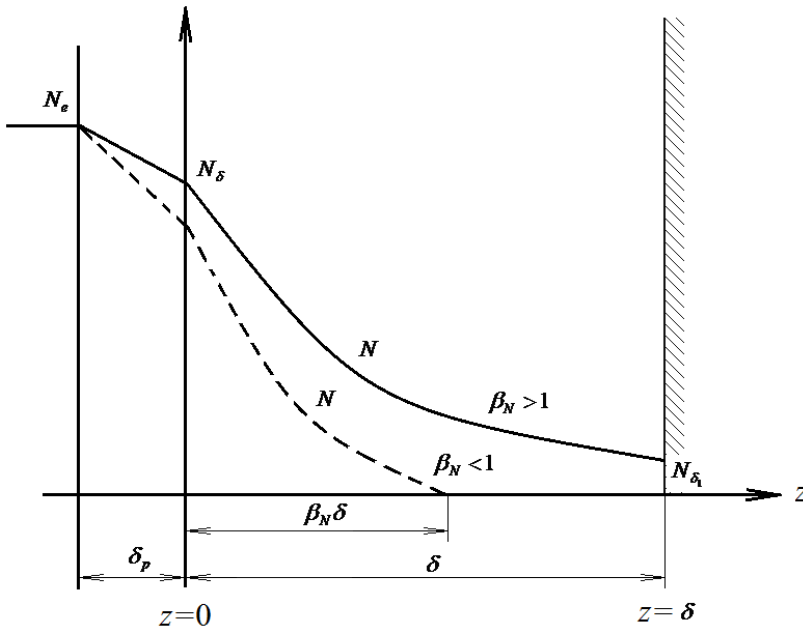


Рис. 1 – Схеми повного ($\beta_N > 1$) і неповного ($\beta_N < 1$) проникнення (пенетрації) азоту N в біоплівці при реакції нульового порядку

Зазначимо, що в багатьох існуючих роботах, зокрема в [1], профілі зміни концентрацій всередині біоплівки, як ОЗ, так і N, розраховані за умови, що концентрація на поверхні біоплівки N_δ приймається рівною концентраціям забруднень в об'ємі рідини N_e . Проте, навіть при повному перемішуванні в біореакторах, має місце утворення пограничного шару (рідинної плівки), процеси масопереносу молекулярною дифузиею D через який потрібно враховувати в біоплівкових моделях. Деякі питання, пов'язані з формуванням пограничного шару і необхідності його врахування (в умовах плоскої і неплоскої поверхні біоплівки), розглянуті в роботах [1, 13]. Окремі питання і рекомендації з визначення параметрів пограничного шару, зокрема його товщини δ_p і коефіцієнта масопереносу $K_N = \frac{D_m}{\delta_p}$, наведені в роботах [1, 13].

В результаті рішення рівняння (1) при граничних умовах (6) одержимо наступну залежність для визначення зміни концентрації N в біоплівці.

$$N(z) = N_e - \frac{w_N}{D_N} \left(\frac{\delta D_N}{K_N} + \delta z - \frac{z^2}{2} \right). \quad (7)$$

Значення концентрації N_δ на поверхні біоплівки буде складати:

$$N_\delta = N_e - \frac{w_N \delta}{K_N}. \quad (8)$$

З урахуванням рівняння (8) рівняння (7) можна записати у вигляді

$$N(z) = N_\delta - \left(\delta z - \frac{z^2}{2} \right) \frac{w_N}{D_N}, \quad (9)$$

яке для подальшого аналізу із врахуванням проведеного обґрунтування можна записати у наступному вигляді:

$$N(z) = N_\delta \left[1 - \left(\frac{2z}{\delta \beta_N^2} - \frac{z^2}{\delta^2 \beta^2} \right) \right], \quad (10)$$

де

$$\beta_N = \sqrt{\frac{2N_\delta D_N}{w_N \delta^2}} \quad \text{або} \quad \beta_N \delta = \sqrt{\frac{2N_\delta D_N}{w_N}}. \quad (11)$$

Зазначимо, що в даному випадку зміни концентрації в біоплівці і значення коефіцієнта буде ($\beta_N > 1$).

Визначимо також значення концентрації N на виході із біоплівки $\left(z = \delta, \frac{z}{\delta} = 1 \right)$

$$N_{\delta 1} = N_{\delta} - \frac{w_N}{2D_N} \delta^2. \quad (12)$$

У випадку, коли спостерігається часткове проникнення азоту N в біоплівку, тобто замінюється на ділянці $z = \beta_N \delta < 1$ (рис. 1), приймаються граничні умови $\frac{\partial L_N}{\partial z} = 0$ і $L_N = 0$. У випадку граничної умови $\frac{\partial L_N}{\partial z} = 0$ при $z = \beta_N \delta$ рішення задач з визначення зміни концентрації N в біоплівці можна одержати із попереднього рішення, прийнявши в ньому замість товщини біоплівки δ її ділянку товщиною $\beta_N \delta < 1$ (рис. 1). Зокрема, в цьому випадку маємо:

$$N(z) = N_{\delta} - \left(z\beta_N \delta - \frac{z^2}{2} \right) \frac{w_N}{D_N}, \quad (13)$$

$$N_{\delta} = N_e - \frac{w_N \beta_N \delta}{K_L}. \quad (14)$$

У випадку граничної умови $N = 0$ при $z = \beta_N \delta = 0$ при рішенні рівняння (1) одержимо:

$$N(z) = \frac{w_N}{2D_N} z^2 - \left(\frac{N_{\delta}}{\beta_N \delta} + \frac{w_N}{2D_N} \beta_N \delta \right) z + N_{\delta}, \quad (15)$$

або

$$N(z) = N_{\delta} \left(1 - \frac{2z}{\beta_N \delta} + \frac{z^2}{(\beta_N \delta)^2} \right), \quad (16)$$

де

$$N_{\delta} = \frac{N_e - w_N \beta_N \delta}{\left(1 - \frac{D_N}{\beta_N \delta K_N} \right)}. \quad (17)$$

Якщо відношення $\frac{D_N}{\beta_N \delta K_N} \ll 1$, то в обох випадках значення β_N для визначення N_{δ} можна знаходити за залежністю (8).

Згідно з рівнянням (6), потік в біоплівку при $\beta_N \geq 1$ буде складати:

$$I_N = w_N \delta, \quad (18)$$

а у другому випадку при $\beta_N < 1$ буде :

$$I_N = \beta_N \delta w_N. \quad (19)$$

Враховуючи, що згідно з (11) параметр β_N залежить від концентрації, то залежність (19) можна записати у вигляді:

$$I_N = \sqrt{2D_N w_N} \cdot \sqrt{N_\delta}, \quad (20)$$

тобто одержати відому залежність половинного порядку для потоку азоту від концентрації N_δ .

Таким чином, відношення потоків для реакцій нульового порядку для частково проникної біоплівки (19) і для повністю проникної біоплівки (18) будуть визначатись через параметр β_N . На основі проведеного додаткового математичного обґрунтування для обох випадків ($\beta_N < 1$ і $\beta_N > 1$) їх значення можна визначати за залежністю (11). В якості прикладу для визначення концентрації по товщині біоплівки для різних значень β_N

наводяться графіки $\frac{N}{N_{\delta_0}} = f(\bar{z}, \beta_N)$ (рис. 2), де $N_\delta = N_{\delta_0}$.

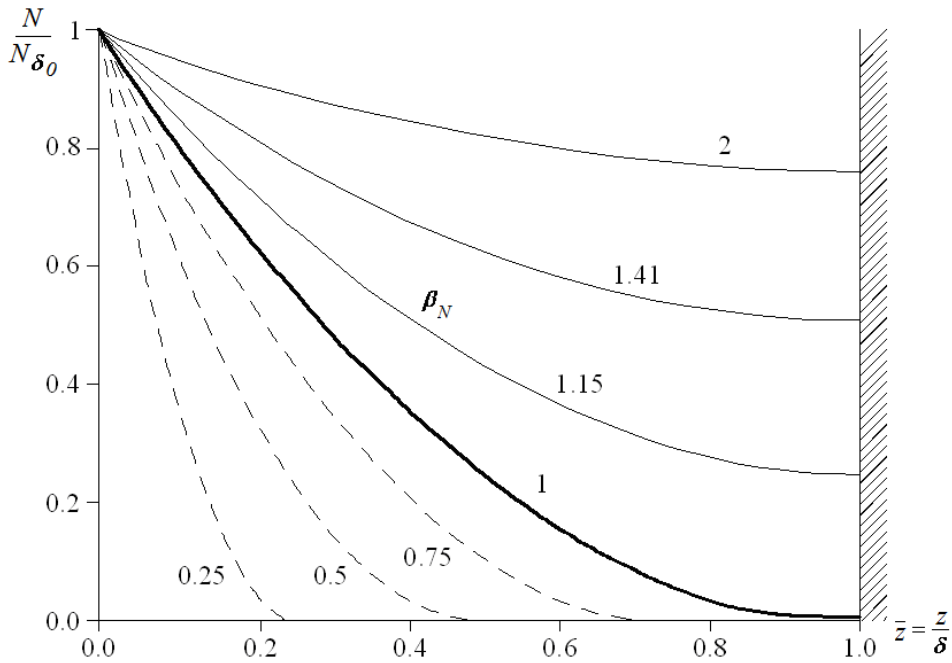


Рис. 2 – Профілі концентрації N при кінетиці реакції нульового порядку всередині біоплівки для різних значень $\beta_N < 1$ і $\beta_N > 1$

Представлені на рис. 2 графіки побудовані при постійній товщині біоплівки δ , проте відповідають кожному значенню концентрації N_e в об'ємі біореактора, від якої залежить концентрація на поверхні біоплівки N_δ . Таким чином, в даному випадку параметр β_N залежить від концентрації N_e і це потрібно враховувати при його визначенні. Із рис. 2 також слідує, що перехід від часткового проникнення концентрації N в біоплівці до її повного проникнення відбувається при $\beta_N \approx 1$, що наближено відповідає значенню концентрації на поверхні біоплівки:

$$N_{\delta_{\min}} = \frac{\delta^2 w_N}{2D_N}. \quad (21)$$

В загальному випадку з достатнім обґрунтуванням в спеціальній літературі при вилученні сполук азоту N , як і органічних забруднень, пропонується переважно використовувати в моделях кінетику реакцій, яка описується відомим нелінійним рівнянням Моно (5). Тому розглянемо рішення рівняння (1) в умовах нелінійної реакції R_N згідно з рівнянням Моно (5), які в безрозмірній формі і прийнятих граничних умовах будуть мати наступний вигляд:

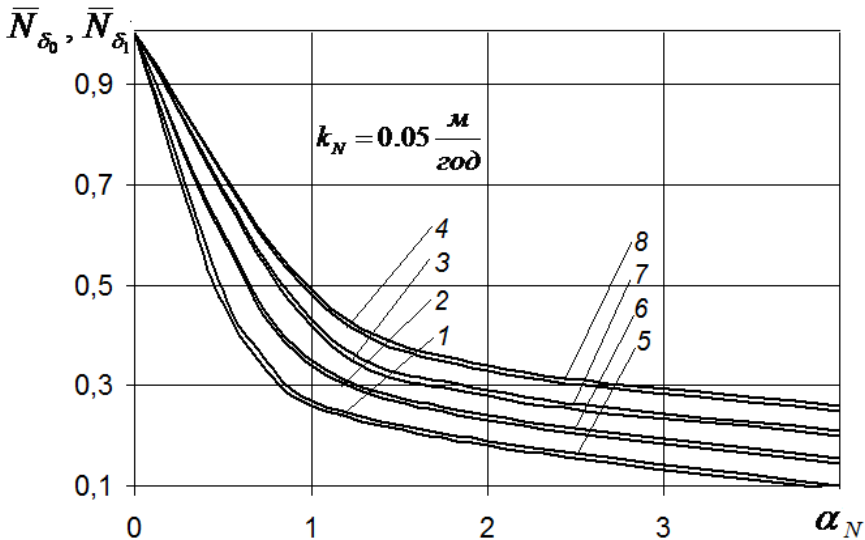
$$\frac{d^2 \bar{N}}{d\bar{z}^2} - \alpha_N \frac{\bar{N}}{\bar{K}_{m_N} + \bar{N}} = 0, \quad (22)$$

$$\text{при } \bar{z} = 0, \quad -\frac{d\bar{N}}{d\bar{z}} = \beta(1 - \bar{N});$$

$$\text{при } \bar{z} = 1, \quad \frac{d\bar{N}}{d\bar{z}} = 0.$$

$$\text{Тут } \bar{z} = \frac{z}{\delta}, \quad \bar{N} = \frac{N}{N_e}, \quad \bar{K}_{m_N} = \frac{K_{m_N}}{N_e}, \quad \alpha_N = \frac{\mu_m X_N \delta^2}{Y_N D_N N_e}, \quad \beta = \frac{K_N \delta}{D_N}.$$

В результаті рішення рівняння (22) чисельними методами на основі розробленої програми побудовані розрахункові графіки для визначення концентрацій N на зовнішній поверхні біоплівки $N_{z=0} = N_{\delta_0}$ ($z = 0$) і на внутрішній поверхні біоплівки $N_{z=\delta} = N_{\delta_1}$ ($z = \delta$) (рис. 3).



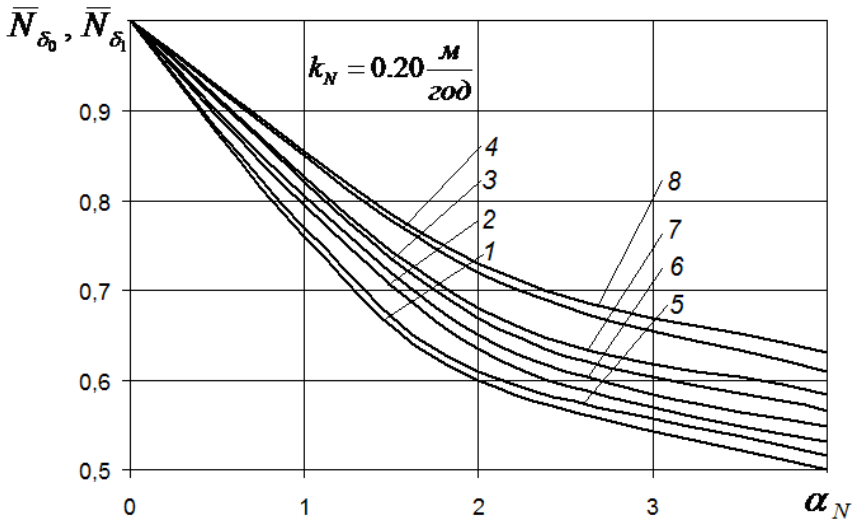
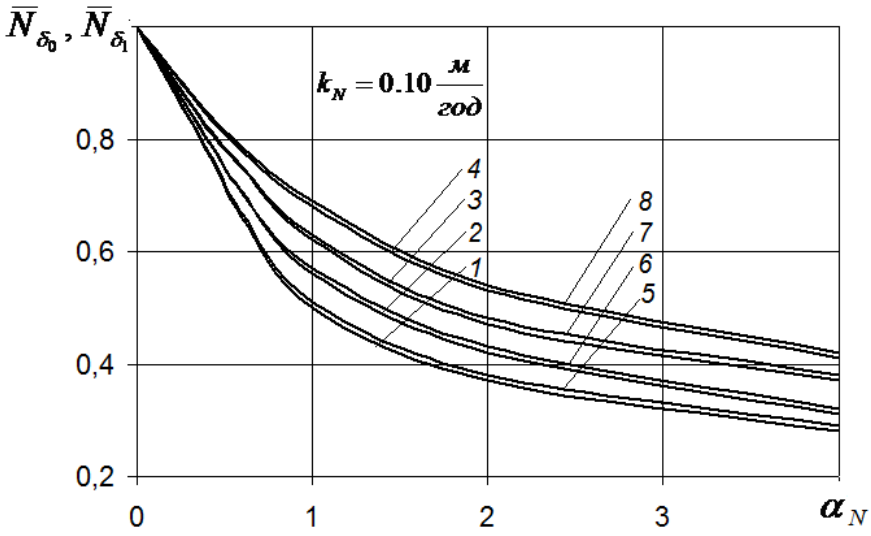


Рис. 3 – Графіки для визначення концентрацій на зовнішній $\bar{N}_{\delta_0} = \frac{N_{\delta_0}}{N_e}$ і

внутрішній $\bar{N}_{\delta_1} = \frac{N_{\delta_1}}{N_e}$ поверхнях біоплівки відповідно для різних відношень

$$\bar{K}_{m_N} = \frac{K_{m_N}}{N_e}. \text{ Для концентрацій } \bar{N}_{\delta_1} \text{ (при } \bar{z} = \frac{z}{\delta} = 1):$$

$$1 - \bar{K}_{m_N} = 0,017, 2 - \bar{K}_{m_N} = 0,067, 3 - \bar{K}_{m_N} = 0,167, 4 - \bar{K}_{m_N} = 0,333;$$

для концентрацій \bar{N}_{δ_0} (при $\bar{z} = 0$):

$$5 - \bar{K}_{m_N} = 0,017, 6 - \bar{K}_{m_N} = 0,067, 7 - \bar{K}_{m_N} = 0,167, 8 - \bar{K}_{m_N} = 0,333.$$

В цьому випадку загальна залежність (6) для визначення потоку в біоплівку I_N буде мати вигляд:

$$I_N = K_N N_e (1 - A_N), \quad A_N = \frac{N_{\delta_0}}{N_e}. \quad (23)$$

Для зручності подальших розрахунків, використовуючи в моделі безрозмірні одиниці і параметри, залежність для потоку можна представити у вигляді:

$$I_N = \bar{I} \lambda, \quad (24)$$

$$\bar{I} = \beta_{N_p} (1 - A_N), \quad (25)$$

де $\lambda = \frac{D_N}{\delta} N_e$, $\beta_{N_p} = \frac{K_N \delta}{D_N}$.

В результаті проведеного аналізу для визначення потоку в біоплівку \bar{I}_N маємо

$$\bar{I}_N = \sqrt{2} \alpha_N \times \sqrt{\bar{N}_{\delta_0} - \bar{N}_{\delta_1} - \bar{K}_{mN} \ln\left(\frac{N_{\delta_0} + N_{\delta_1}}{N_{\delta_1} + K_{mN}}\right)}, \quad (26)$$

а також наступне рівняння, яке зв'язує концентрації \bar{N}_{δ_0} і \bar{N}_{δ_1} на зовнішній і внутрішній поверхнях біоплівки:

$$\bar{N}_{\delta_0} = \bar{N}_{\delta_1} + \bar{K}_{mN} \ln\left(\frac{\bar{N}_{\delta_0} + \bar{K}_{mN}}{\bar{N}_{\delta_1} + \bar{K}_{mN}}\right) + \eta_N (1 - \bar{N}_{\delta_0})^2, \quad (27)$$

де $\eta_N = \frac{\beta_N^2}{2\alpha_N} = \frac{K_N^2 N_e}{2D_N w_N}$, $w_N = \frac{\mu_m X_N}{Y_N}$.

На основі використання одержаних рішень для реакцій першого і нульового порядків запропоновано наближені методи розрахунку необхідних параметрів згідно з рівнянням Моно. Так, в роботах [14, 15] для визначення концентрації N в біоплівці, зокрема на зовнішній поверхні N_{δ_0} , можна використати запропонований ітераційний метод. Зміст і послідовність використання цього методу при розрахунку вилучення органічних забруднень наведені в роботах [14, 15]. В роботах [13, 16] потік органічних забруднень через біоплівку у випадку кінетики реакцій за рівнянням Моно досить обґрунтовано пропонується брати як середньозважену величину I_c , одержану від потоків при вилученні органічних забруднень на основі реакцій нульового і першого порядків. Зазначимо, що обґрунтування цього методу виконано при умові неврахування пограничного шару. В роботі [15] замість потоків I розглянута спроба використання цього методу при визначенні концентрації органічних забруднень на поверхні біоплівки.

Для обґрунтування можливості використання середньозваженого методу вилучення амонійного азоту N біоплівкою за реакцією Моно з врахуванням впливу пограничного шару на основі реакцій нульового і першого порядків розглянемо наступні рівняння:

а) для потоку I_{cp}

$$I_{cp} = \gamma_0 I_0 + (1 - \gamma_1) I_1, \quad (28)$$

б) для концентрації N_δ

$$N_{\delta_0} = \gamma_0 N_\delta^0 + (1 - \gamma_1) N_\delta^1, \quad (29)$$

де $\gamma_0 = \frac{N_\delta^0}{K_{mN} + N_\delta^0}$, $\gamma_1 = \frac{N_\delta^1}{K_{mN} + N_\delta^1}$.

Параметри для реакції нульового порядку I_0 , N_δ^0 визначаються відповідно за залежностями (18), (14), а I_1 , N_δ^1 – параметри реакції першого порядку, визначаються за наступними залежностями:

$$I_1 = K_N N_e \frac{\lambda \operatorname{sh}(\sqrt{\alpha})}{\operatorname{ch}(\sqrt{\alpha}) + \lambda \operatorname{sh}(\sqrt{\alpha})} = D_N \frac{\operatorname{th}(\sqrt{\alpha})}{\alpha_0} N_\delta^1, \quad (30)$$

$$N_\delta^1 = N_e A, \quad A = \frac{\operatorname{ch}(\sqrt{\alpha})}{\operatorname{ch}(\sqrt{\alpha}) + \lambda \operatorname{sh}(\sqrt{\alpha})}, \quad (31)$$

$$\alpha = \frac{k\delta^2}{D_N}, \quad \lambda = \frac{\sqrt{kD_N}}{K_N}, \quad k = \frac{\mu_m X_N}{K_{mN} Y}, \quad \alpha_0 = \sqrt{\frac{D_N}{k}}.$$

Для визначення параметра A в роботі [15] наведено розрахунковий графік $A(\varphi, \lambda)$, де $\varphi = 2\sqrt{\alpha}$. Однією із переваг використання в практичних розрахунках залежності (28), крім простоти, є можливість оцінити вплив кожного фактора (складової) на загальний потік.

Розрахунки з використанням графіків на рис. 3 і наведених залежностей дозволяють оцінити роботу біоплівки заданої товщини δ за характером проникнення в ній забруднень азоту N . Крім того, вони дозволяють при заданих параметрах N_{δ_0} , N_{δ_1} , а також I_0 , I_1 визначити необхідну активну товщину біоплівки δ , від якої залежить ефективність вилучення азоту N . При цьому в умовах вилучення одного субстрату N автотрофними мікроорганізмами (процес нітрифікації) формується однорідна гомогенна структура активної біоплівки товщиною δ . Проте, слід відзначити, що на формування біоплівки впливають різні процеси і параметри, які згідно з роботами [1, 13] можна врахувати в даному випадку на основі реалізації загального рівняння виду:

$$\frac{d\delta}{dt} = \int_0^{\delta} \frac{\mu_m N}{K_{mN} + N} dz - b_s \delta - u_{ds}. \quad (32)$$

В прийнятих моделях біоплівки при розрахунках приймається товщина біоплівки постійною ($\delta = const$), тобто для її визначення рівняння (32) вирішується в стаціонарних умовах при $\frac{d\delta}{dt} = 0$. В окремих випадках пропонується використовувати більш спрощене рівняння виду:

$$\frac{Y_N}{X_N} I_N - b_s \delta - u_{ds} = 0 \quad (33)$$

або рівняння загального балансу біомаси

$$Y_N I_N - b X_N \delta = 0, \quad (34)$$

де $b = b_s + b_d$ при $u_{ds} = b_d \delta$, b_s і b_d – відповідно відомі коефіцієнти розпаду біомаси біоплівки, а u_{ds} – швидкість відриву біомаси з поверхні біоплівки [1, 13].

Якщо прийняти для реакції нульового порядку значення потоку I_N за формулою (18), то на підставі рішення рівняння (34) одержимо наступне:

$$\text{при } u_{ds} = k_d \delta^2 \quad \delta = \frac{\mu_m - b}{k_d}. \quad (35)$$

У формулі (35) прийнято: μ_m , доб⁻¹; b , доб⁻¹; k_d , 1/(доб м); δ , м. При врахуванні потоку в рівнянні (34), визначеному за рівнянням Моно, швидкість відриву всередині біоплівки приймається також за формулою (34). Проведений аналіз показав, що у всіх випадках товщина біоплівки і потік зменшуються зі збільшенням швидкості відриву, тоді як зі збільшенням концентрації азоту ці характеристики збільшуються. Так, в роботі [7] на підставі одержаних результатів теоретичних і експериментальних досліджень встановлено, що при збільшенні концентрації амонію в секціях реактора кількість азоту змінювалась від $N = 2,27$ мг/л NH_3 до $N = 4,99$ мг/л, а товщина біоплівки – від 27 до 90 мкм. При цьому було визначено, що для стабілізації роботи біоплівки в стаціонарному режимі потрібно відносно значний час (декілька діб). В роботі [3] при дослідженні вилучення амонійного азоту N концентрацією $N = 30$ мг/л стаціонарні умови формування товщини біоплівки наступали наближено після 15 діб і її товщина складала $\delta = 200$ мкм, не змінюючись далі у часі. На основі проведених розрахунків можна зробити висновки, що збільшення товщини біоплівки збільшує потік азоту тільки у тому випадку, коли концентрація азоту N на поверхні біоплівки N_s досить значна і тому азот може проникати до основи біоплівки.

На рис. 4 в якості прикладу на основі вирішення чисельними методами рівняння (32), побудовані розрахункові графіки для визначення товщини біоплівки δ в залежності від зміни концентрації в реакторі N_e , параметра b , а також при прийнятих значеннях вихідних параметрів, рекомендованих

в роботах [1, 16]: $\mu_m = 0,95 \text{ доб}^{-1}$; $Y_N = 0,22 \frac{\text{гХПК}}{\text{гN}}$; $K_{mN} = 1 \frac{\text{гN}}{\text{м}^3}$; $X = 10000 \frac{\text{гХПК}}{\text{м}^3}$;
 $K_N = 0,10 \text{ м/год}$; $\delta_{\min} = 10 \text{ мкм}$; $D_N = 1,70 \cdot 10^{-24} \text{ м}^2/\text{доба}$.

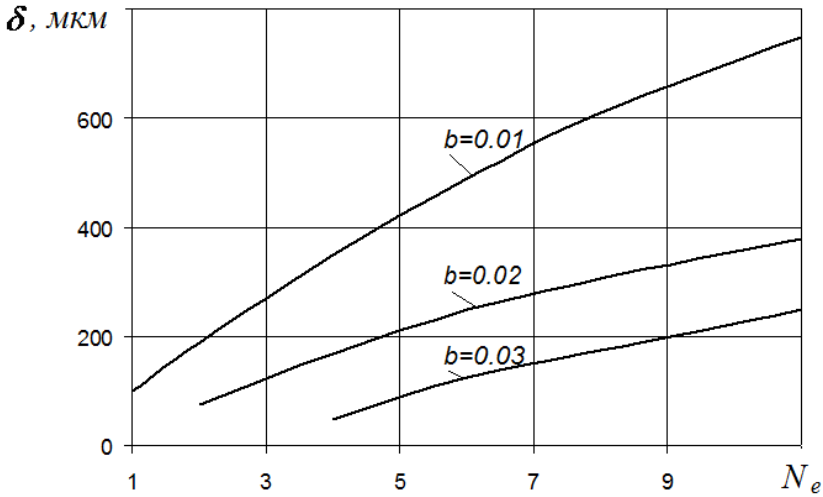


Рис. 4 – Графіки для визначення активної товщини біоплівки δ в стаціонарних умовах при різних значеннях b , год^{-1}

Як вже зазначалось вище, вилучення азоту біоплівкою відбувається в аеробних умовах при забезпеченні кисню в необхідній достатній кількості. Для росту і життєдіяльності мікроорганізмів необхідно забезпечити безперебійне постачання кисню і контролювати його споживання в кількості, яка необхідна для підтримки кінетики реакцій з високою швидкістю утилізації N при даних умовах аеробного процесу. Для оцінки і аналізу кисневого режиму в біореакторах в загальному випадку для опису процесів, які відбуваються при вилученні сполук N , необхідно будувати складні для реалізації математичні моделі. Нижче, на підставі проведеного аналізу, наведені деякі рекомендації, які дозволяють обґрунтовувати параметри кисневого режиму в практичних розрахунках. Так, для реакцій розглянемо найбільш поширений на практиці випадок, коли вилучення N в біоплівці приймається за реакцією нульового порядку (4), і так як маємо $K_{mc} \ll C_N$, то окислення також відбувається за реакцією нульового порядку. Таким чином, в цьому випадку для реакцій маємо наступні рівняння (36.1) і (36.2)

$$R_N = w_N = \frac{\mu_{\max N} X_N}{Y_N}, \quad (36.1)$$

$$R_C = \alpha_1 R_N + \alpha_2 b_C X_N. \quad (36.2)$$

В результаті рішення наступного рівняння відносно концентрації кисню в біоплівці C :

$$D_C \frac{d^2 C}{dz^2} - R_C = 0 \quad (37)$$

при граничних умовах

$$-D_c \frac{dC}{dz} = K_C(C_e - C_\delta) = I_C \text{ при } z = 0, \quad (38)$$

$$\frac{dC}{dz} = 0 \text{ при } z = \delta,$$

одержимо наступне рівняння для визначення концентрації C_δ при реакції нульового порядку:

$$C_\delta = C_e - \frac{w_c \delta}{K_C}, \quad (39)$$

а для потоку I_C згідно з рівнянням (38) маємо:

$$I_C = w_c \delta, \quad (40)$$

де $w_c = \alpha_1 R_N + \alpha_2 b_c X_N$.

Нагадаємо, що витрата кисню на утилізацію (самоокислення) відмираючого біоценозу в біоплівці враховується параметром $\alpha_2 b_c X_N$.

В загальному випадку значення потоку кисню, який поступає в біоплівку, визначається по рівнянню (38). Проте, для реакції нульового порядку при неврахуванні процесів, які визначаються параметром b_c , тобто при $b_c = 0$, для визначення потоку I_C можна скористатись відношенням [1]:

$$\frac{I_N}{\gamma_N} = \frac{I_C}{\gamma_C}, \quad (41)$$

тобто для визначення потоку I_C маємо

$$I_C = \frac{\gamma_C}{\gamma_N} I_N, \quad I_N = \frac{\gamma_N}{\gamma_C} I_C, \quad (42)$$

де стехіометричні коефіцієнти для кисню γ_C і азоту будуть

$$\gamma_C = \frac{4,57 - Y_N}{Y_N}, \quad \gamma_N = \frac{1}{Y_N}, \quad Y_N \approx 0,22.$$

Так, в цьому випадку для визначення потоків I_C і I_N маємо:

$$I_C = (4,57 - Y_N) I_N, \quad I_N = \frac{I_C}{4,57 - Y_N}, \quad (43)$$

тобто у даному випадку (при $b_c \approx 0$) значення α_1 буде складати:

$$\alpha_1 = (\alpha_N - Y_N), \quad \alpha_N = 4,57 \frac{zO_2}{zN} \quad (44)$$

Оскільки вилучення азоту у біоплівці в аеробних умовах контролюється проникненням кисню, то порівняння процесів penetрації в біоплівку забруднень і кисню є найбільш важливим результатом кінетичних досліджень в біоплівках, що дозволяє визначати, який із них буде лімітувати процес утилізації субстрату (азоту). Як зазначалось вище, азот може бути присутній по всій товщині біоплівки, але не може бути вилучений на ділянці, куди не може проникнути кисень, тобто розчинений кисень повинен бути забезпечений в достатній кількості по всій товщині біоплівки. При цьому, як буде показано нижче, швидкість (лімітування) буде визначатись тим субстратом, який проникає в біоплівку на меншу глибину penetрації. В літературі для різних кінетик реакцій з використанням стехіометричних коефіцієнтів обґрунтовано і запропоновано ряд критеріїв. Так, в роботі [1] запропоновано наступні критерії в умовах кінетики реакції нульового порядку. При цьому передбачається, що перетворення в біоплівці згідно з рівнянням (36) обмежуються тільки масообміном, тобто в (36) приймається $b_N = 0$:

а) азот потенційно обмежує процес, але кисень повністю проникає в біоплівку:

$$\frac{N_\delta}{C_\delta} > \frac{1}{\alpha_1} \frac{D_C}{D_N}, \quad (45)$$

б) кисень потенційно обмежений, але азот повністю проникає в біоплівку:

$$\frac{N_\delta}{C_\delta} < \frac{1}{\alpha_1} \frac{D_C}{D_N}. \quad (46)$$

Зіставлення значень потоків I_N і I_C дозволяє також визначати, який із субстратів лімітує конверсійні процеси всередині біоплівки. В якості прикладу в [1], в таблицях, наведені дані відносно глибин penetрації ($\beta_N \delta$) і потоків I_N , одержані при розрахунках для умов кінетики нульового порядку.

Таблиця 1 – Розрахунки лімітуючого компоненту при нітрифікації [1]

| | |
|---|--|
| Азот | NH_4 |
| D_N | $149 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{доба}$ |
| Кисень | O_2 |
| D_C | $175 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{доба}$ |
| α | $4,57 \frac{zO_2}{zN}$ |
| Y_N | $0,22 \frac{zXPK}{zN}$ |
| Рівняння (46) | $\frac{N_\delta}{C_\delta} > 0,27 \frac{zN}{zO_2}$ |
| Розрахунок при $C_\delta = 8 \frac{\text{мг}O_2}{\text{л}}$ | $2,2 \frac{\text{мг}N}{\text{л}}$ |

Таблиця 2 – Глибини penetрації і потік субстрату, визначені з використанням рівнянь кінетики нульового порядку

| C_{δ} , г/м ³ | глибини пенетрації, $\beta_C \delta$, мк т | I_{C, O_2} , г/м ² доба | N_{δ} , г/м ³ | глибини пенетрації, $\beta_N \delta$, мк т | I_{N, NH_4} , гN/м ² доба |
|------------------------------------|---|---|------------------------------------|---|---|
| 1 | 42 | 7,9 | 1 | 79 | 3,4 |
| 3 | 73 | 13,8 | 5 | 177 | 7,7 |
| 5 | 95 | 17,8 | 15 | 307 | 13,3 |
| 8 | 120 | 22,5 | 70 | 664 | 28,7 |

Так як вилучення субстратів в біореакторах з біоплівкою обмежується масообміном, то потік субстрату і глибина проникнення в біоплівку являються функцією концентрації субстрату на поверхні біоплівки, швидкості реакцій всередині біоплівки і дифузійного масопереносу. В табл. 2 наводяться значення потоків I і глибин проникнення ($\beta_N \delta$) для амонію і кисню при умові кінетики нульових реакцій вилучення азоту і частково проникної біоплівки ($\beta_N \delta$). Із таблиці слідує, що в більшості концентрацій амонію його вилучення обмежується киснем. Крім того, penetрація кисню в біоплівку складає тільки декілька сотень мкм. Тому в роботі [1] в результаті проведеного аналізу робиться висновок, що біоплівки із збільшенням по товщині в основному непридатні для аеробних процесів в них.

У загальному випадку найбільш обґрунтоване рішення цього питання, а саме, який із субстратів є лімітуючим, буде визначатись на основі співвідношення побудованих в біоплівці кривих змін концентрацій N і C і, зокрема, глибини їх проникнення в біоплівку. Цей підхід дозволяє визначати, на якій ділянці по товщині біоплівки і який із субстратів може лімітувати процес вилучення азоту. Зміну концентрації C в біоплівці можна одержати в результаті рішення рівняння (37) при граничних умовах (38), як це зроблено у випадку визначення зміни концентрації азоту N . Для оцінки впливу кисню на вилучення азоту можна також скористатись результатами досліджень, які наведені в спеціальній літературі, зокрема в [5, 17, 18]. Так, в роботі [17] наведені теоретичні і експериментальні дослідження з великою концентрацією амонію в стічній воді біореактора ($250, 500 \frac{мг N - NH_4^+}{л}$) при вилученні

амонію біоплівкою із врахуванням пограничного шару і впливу розчиненого кисню на процес утилізації амонію. В результаті аналізу і оцінки одержаних результатів цих досліджень встановлено наступне:

а) в якості основного параметра при оцінці впливу кисню, який контролює процес окислення амонію до нітритів, було обґрунтовано і запропоновано відношення $O_2/N - NH_4$. На конкретних прикладах показано, що цей параметр може бути кращою альтернативою контролю при нітрифікації в реакторі у порівнянні з концентрацією кисню.

б) в цілому було визначено, що на всій ділянці біоплівки кисень є основним параметром, який контролює і лімітує процес нітрифікації в біоплівці і його кількість залежить від потоку амонію, який надходить в біоплівку. Якщо значення даного відношення в різних точках становить від 0.05 до 0.1, то

відбувається окислення (конверсія) близько 80% поступаючого амонію в нітрити. В цілому, робиться висновок про доцільність його використання в практичних розрахунках.

в) проведений порівняльний аналіз показав, що результати теоретичних досліджень в широкому об'ємі співпадають з даними експериментів. Так як в подальшому ці результати можуть бути використані при розробці інженерних методів розрахунку, то нижче наведено значення деяких основних вихідних параметрів, які були прийняті при проведенні зазначеного порівняльного аналізу. Так, в результаті проведених дослідів за розробленою методикою середня активна товщина біоплівки була визначена рівною $\delta = 102$ мкм при наступних значеннях основних параметрів: коефіцієнти масопереносу через рідинну плівку – амонію $K_N = 0,038 \text{ г/г} \cdot \text{год}^{-1}$ і кисню $K_C = \frac{K_N \delta}{D_C} \approx 0,55$;

ефективний коефіцієнт дифузії кисню в біоплівці $D_C = 0,85 D_{bO_2}$; $D_{bO_2} = 7,54 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{год}$, $D_N = 0,83 D_{bN}$; $D_{bN} = 7,04 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{год}$.

У випадку наявності у стічній воді токсичних та інших речовин швидкість реакції може суттєво зменшуватись за рахунок інгібуючого (тормозного) їх впливу [1, 5, 8]. При цьому, в загальному випадку вплив різних речовин можна враховувати шляхом використання для опису процесу біоокислення замість рівняння Моно відоме рівняння Халдейна, а також інші рівняння кінетик реакцій. В роботі [5] наведені конкретні дані, які дозволяють оцінити інгібуючий вплив різних металів та інших речовин на процеси нітрифікації.

Для одержання практичних методів розрахунку процесів і механізмів, які відбуваються в різних біореакторах при вилученні амонійного азоту N із стічних вод на основі побудови і реалізації запропонованих математичних моделей, розглянемо у якості прикладу для умов достатнього забезпечення процесів вилучення азоту N киснем загальну балансову математичну модель вилучення азоту N в біореакторі-змішувачі, яка має наступний вигляд:

$$W_P \frac{dN_e}{dt} = Q_e(N_0 - N_e) - F_{\delta n} I_N - R_e W_P, \quad (47)$$

Для практичних розрахунків, якщо вилучення азоту N відбувається тільки біоплівкою, рівняння (47) можна значно спростити до вигляду :

$$N_0 - N_e - F_{\delta n} T_e I_N = 0, \quad (48)$$

де $F_{\delta n} = \frac{F_{\delta l}}{W_e}$, $T_e = \frac{W_P}{Q_e}$, $I_N = K_N(N_e - N_{\delta})$.

Звідси, при відомих (заданих) концентраціях N у стічних водах, які надходять в біореактор N_0 , і в очищених стічних водах N_e тривалість реакції T_e буде складати:

$$T_e = \frac{N_0 - N_e}{F_{\delta n} I_N}, \quad (49)$$

де $F_{\delta n}$ – питома площа поверхні біоплівки в біореакторі.

Таким чином, запропонована методика значно спрощує практичні розрахунки при зменшеній кількості вхідних параметрів.

Висновки

Запропоновано методи розрахунку вилучення органічних забруднень і амонійного азоту біоплівкою, які одержані на підставі реалізації побудованих і реалізованих математичних біоплівкових моделей і є достатньо обґрунтованими, і можуть бути використані при розробці відповідних положень і рекомендацій при оцінці сумісної очистки стічних вод в різних біореакторах.

Результати вирішення методичних задач біоочистки чисельними методами, представлені у вигляді графічних матеріалів та спрощених аналітичних залежностей, дозволяють суттєво спростити практичні розрахунки при прогнозуванні процесів очистки стічних вод та проектуванні відповідних очисних споруд.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Henze M., M van Loosdrecht M.E., Ekama G.A., Brdjanovic D. Biological Wastewater Treatment. IWA Publishing, London, 2008. – 511 p.
2. Олейник А.Я., Тетеря А.И. Особенности моделирования процессов удаления органических загрязнений из сточных вод на установках малой производительности. // Прикладная гидромеханика. К., ИГМ НАНУ, 2001, т.3. (75) № 4. – С. 2–27.
3. Lee M.W., Park J.M. One-dimensional mixed-culture biofilm model considering different space occupancies of particulate components. Water Res., 2007, no. 4. – P. 4317–4328.
4. Person F., Wik T., Sorensson F., Hermanson M. Distribution and activity of ammonium bacteria in a large-scale trickling filter. Water Res., 2002. No.36. – P. 1439–1448.
5. Henze M., Harremoës P., Jansen C., Arwin E. Wastewater Treatment. Springer, Berlin, New York, 2002. – 430 p.
6. Gujer W. Nitrification and me – A subjective review. Water Res., no.44, 2010. – P. 1–19.
7. Vayenas D.V., Palvou S., Lyberatos G. Development of a dynamic model describing nitrification in trickling filters. Water Res., 1997, vol. 31, no.5. – P.1135–1147.
8. Beyenal H., Tanyalac A.A. A mathematical model for hollow fiber biofilm reactors. The Chemical Eng. Journal, 1994, no.56. – P. 53–59.
9. Steyer J.-P., Delgenes I.P. Modeling and control of nitrite accumulation in nitrifying biofilm reactor. Biochem. Engin. Journal, 24, 2005. – P. 173–183.
10. Олійник О.Я., Маслун Г.С. Моделювання кисневого режиму в біореакторах при очистці стічних вод. Доповіді НАНУ, № 10, 2010. – С. 52–56.
11. Айрапетян Г.С., Телима С.В., Олійник О.Я. Моделювання кисневого режиму в біореакторах-аеротенках при очистці стічних вод від органічних забруднень. Доповіді НАНУ, № 6, 2017. – С. 21–27.
12. Олійник О.Я., Айрапетян Г.С. Підвищення ефективності біологічного очищення стічних вод в аеротенках за рахунок зваженого і закріпленого біоценозу. Науковий вісник будівництва, Харків, ХНУБА, 2015, № 3 (81). – С. 106–109.
13. Wanner O., Ebert N.I., Rittman B.E. Mathematical modeling of biofilms. Scientific and Technical report, 2006, no.18. – 208 p.
14. Олейник А.Я., Василенко Т.В., Рибаченко С.А., Хамад Ихаб Ахмад. Моделирование процессов доочистки хозяйственных сточных вод на фильтрах. Проблемы водопостачання, водовідведення та гідравліки. Київ, КНУБА, 2006. вип. 7 – С. 85–97.

15. Олійник О.Я., Колпакова О.А. Моделивання і розрахунки біологічної очистки стічних вод на краплинних біофільтрах. Екологічна безпека та природокористування. К., КНУБА, вип. 16, 2014. – С. 68–86.
16. Perez M., Piccioreanu C., van Loosdrecht M. Modeling biofilm and floss diffusion processes based on analytical solution of reaction – diffusion equations. *Water Res.*, 2005, vol. 39. – P. 1311–1323.
17. Lachner S., Terada A., Horn H., Henze M., Stets B. Nitrification performance in membrane – aerated biofilm reactors differ from conventional biofilm systems. *Water Research*, vol.44, 2010. – P. 6073–6084.
18. Mosquera-Corral A., de Kreuk M.K., Heijnen I.I., van Loosdrecht M.C.M. Effects of oxygen concentration on N-removal in an aerobic granular sludge reactor. *Water Res.*, vol. 39, 2005. – P. 2676–2686.

Стаття надійшла до редакції 21.01.2021 і прийнята до друку після рецензування 28.04.2021

REFERENCES

1. Henze, M., M van Loosdrecht, M.E., Ekama, G.A., & Brdjanovic, D. (2008). *Biological Wastewater Treatment*. London: IWA Publishing.
2. Oleinyk, A.Ya., & Teterja, A.I. (2001). The peculiarities of the modeling of the removing on the organic pollutants from the waste waters on the constructions with a small productivity. *Applied Hydromechanics*, 3 (75) (4), 2-27 (in Russian).
3. Lee, M.W., & Park, J.M. (2007). One-dimensional mixed-culture biofilm model considering different space occupancies of particulate components. *Water Res.*, 4, 4317-4328.
4. Person, F., Wik, T., Sorensson, F., & Hermanson, M. (2002). Distribution and activity of ammonium bacteria in a large-scale trickling filter. *Water Res.*, 36, 1439-1448.
5. Henze, M., Harremoës, P., Jansen, C., & Arwin, E. (2002). *Wastewater Treatment*. Springer, Berlin, New York.
6. Gujer, W. (2010). Nitrification and me – A subjective review. *Water Res.*, 44, 1-19.
7. Vayenas, D.V., Palvou, S., & Lyberatos, G. (1997). Development of a dynamic model describing nitrification in trickling filters. *Water Res.*, 31 (5), 1135-1147.
8. Beyenal, H., & Tanyalac, A.A. (1994). A mathematical model for hollow fiber biofilm reactors. *The Chemical Eng. Journal*, 56, 53-59.
9. Steyer, J.-P., & Delgenes, I.P. (2005). Modeling and control of nitrite accumulation in nitrifying biofilm reactor. *Biochem. Engin. Journal*, 24, 173-183.
10. Oliynyk, O.Ya., & Maslun, G.S. (2010). Modeling of the oxygen regime in the bioreactors at the treatment on the waste waters. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*, 10, 52-56 (in Ukrainian).
11. Airapetian, T.S., Telyma, S.V., & Oliynyk, O.Ya. (2017). A modeling of the oxygen regime in bioreactors-aerotanks at the purification of waste waters from organic pollutants. *Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine*, 6, 21-27. Doi: 10.15407/dopovidi2017.06.021(in Ukrainian).
12. Oliynyk, O.Ya., & Airapetian, T.S. (2015). Increasing of the efficiency of biological waste waters cleaning owing to suspended and loaded biocenoses. *Scientific Visnyk of Building*, 3 (81), 106-109 (in Ukrainian).
13. Wanner, O., Ebert, N.I., & Rittman, B.E. (2006). Mathematical modeling of biofilms. *Scientific and Technical report*, 18.
14. Oliynyk, O.Ya., Vasilenko, T.V., Rybachenko, C.A., & Hamid Iha Achmad. (2006). Modeling the processes of additional treatment of the urban-communal waste waters on the filters. *The problems of the water supply, drainage and hydraulic*, 7, 85-97 (in Ukrainian).

15. Oliynyk, O.Ya., & Kolpakova, O.A. (2014). Modeling and calculations of the biological sewage treatment on trickling biofilters. *Environmental safety and natural resources*, 16, 68-86 (in Ukrainian).
16. Perez, M., Piccioreanu, C., & van Loosdrecht, M. (2005). Modelling biofilm and floss diffusion processes based on analytical solution of reaction – diffusion equations. *Water Res.*, 39, 1311-1323.
17. Lachner, S., Terada, A., Horn, H., Henze, M., & Stets, B. (2010). Nitrification performance in membrane – aerated biofilm reactors differ from conventional biofilm systems. *Water Research*, 44, 6073-6084.
18. Mosquera-Corral, A., de Kreuk, M.K., Heijnen, I.I., & van Loosdrecht, M.C.M. (2005). Effects of oxygen concentration on N-removal in an aerobic granular sludge reactor. *Water Res.*, 39, 2676-2686.

The article was received 21.01.2021 and was accepted after revision 28.04.2021

Олійник Олександр Якович

член-кореспондент Національної академії наук України, доктор технічних наук, професор, завідувачий відділом прикладної гідродинаміки Інституту гідромеханіки НАН України

Адреса робоча: 03057, Україна, м. Київ, вул. М. Капніст, 8/4

Телима Сергій Васильович

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту гідромеханіки НАН України

Адреса робоча: 03057, Україна, м. Київ, вул. М. Капніст, 8/4

ORCID ID 0000-0003-0109-0696, **e-mail:** sertelyma@gmail.com

Калугін Юрій Іванович

кандидат фіз.-мат наук, старший науковий співробітник Інституту гідромеханіки НАН України

Адреса робоча: 03057, Україна, м. Київ, вул. М. Капніст, 8/4

e-mail: forkalugin@ukr.net

Олійник Євген Олександрович

провідний інженер Інституту гідромеханіки НАН України

Адреса робоча: 03057, Україна, м. Київ, вул. М. Капніст, 8/4